



Unidade Curricular

Design e Proporção Áurea

Material de apoio à ação
docente



**SECRETARIA DE
EDUCAÇÃO E ESPORTES**

SECRETARIA EXECUTIVA DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO
GERÊNCIA GERAL DE ENSINO MÉDIO E ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL
GERÊNCIA DE POLÍTICAS EDUCACIONAIS DO ENSINO MÉDIO

Secretário de Educação e Esportes

Marcelo Andrade Bezerra Barros

Secretário Executivo Planejamento e Coordenação

Leonardo Ângelo de Souza Santos

Secretária Executiva do Desenvolvimento da Educação

Ana Coelho Vieira Selva

Secretária Executiva de Educação Profissional e Integral

Maria de Araújo Medeiros

Secretário Executivo de Administração e Finanças

Alamartine Ferreira de Carvalho

Secretário Executivo de Gestão da Rede

João Carlos Cintra Charamba

Secretário Executivo de Esportes

Diego Porto Perez



SECRETARIA DE EDUCAÇÃO E ESPORTES

SECRETARIA EXECUTIVA DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO
GERÊNCIA GERAL DE ENSINO MÉDIO E ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL
GERÊNCIA DE POLÍTICAS EDUCACIONAIS DO ENSINO MÉDIO

Equipe de elaboração

Gracivane da Silva Pessoa

Equipe de coordenação

Alison Fagner de Souza e Silva

Chefe da Unidade do Ensino Médio (GEPEM/SEDE)

Ana Carolina Ferreira de Araújo

Gerente de Políticas Educacionais do Ensino Médio (GEPEM/SEDE)

Durval Paulo Gomes Júnior

Assessor Pedagógico (SEDE/SEE-PE)

Revisão

Cléber Gonçalves

Rosimere Pereira de Albuquerque



SECRETARIA DE EDUCAÇÃO E ESPORTES

SECRETARIA EXECUTIVA DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO
GERÊNCIA GERAL DE ENSINO MÉDIO E ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL
GERÊNCIA DE POLÍTICAS EDUCACIONAIS DO ENSINO MÉDIO

Sumário

1. Apresentação	5
2. O que é proporção áurea?	7
Orientações para realização de atividades	11
Orientações para a Avaliação	13
3. Você já ouviu falar na Sequência de Fibonacci?	13
Orientações para realização de atividades	19
Orientações para a Avaliação	20
4. Design e Proporção Áurea: harmonia no detalhe	20
Orientações para realização de atividades	27
Orientações para a Avaliação	27
5. Definindo e demonstrando	28
Orientações para realização de atividades	29
Orientações para a Avaliação	29
6. Referencial Bibliográfico	30



I. Apresentação

Prezado/a professor/a.

O *Design e Proporção Áurea* é uma Unidade Curricular presente no novo Currículo do Ensino Médio da Rede Pública Estadual de Pernambuco. Esta Unidade é obrigatória e destinada aos estudantes do 2º ano do Ensino Médio fundamentada na Portaria nº 1.432/2018, que orienta a elaboração dos Itinerários Formativos.

Esta Unidade Curricular, está inserida na **Trilha Matemática, Design e Criatividade**. Nesta trilha, há uma valorização da linguagem Matemática, destacando suas particularidades, códigos bem definidos e sua relação semântica objetiva, que intervêm na realidade e se destacam na interpretação e leitura de mundo. As experiências e conhecimentos trabalhados na Formação Geral Básica, para trilha, serão construídos e aprofundados como instrumentos direcionados à arte, à ciência, à comunicação, à cultura e à tecnologia.

Para a unidade temática *Design e Proporção Áurea*, considera-se a proposta de aproximar o estudante de conhecimentos artísticos, matemáticos e filosóficos, que ele poderá experimentar em sua rotina e suas atividades cotidianas. Nesta perspectiva, podemos destacar o uso da Geometria nas Artes Abstratas, enfatizando sua relação com a arquitetura, a moda, as esculturas, a estética, dentre outros.

Para o desenvolvimento desta unidade curricular, serão enfatizados dois eixos estruturantes: Investigação Científica e Processos Criativos, com as respectivas habilidades:

(EMIFMAT02PE) (EMIFLGG02PE) - Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema identificando, selecionando e utilizando conhecimentos matemáticos e artísticos, estabelecendo proporções descritas a partir dos “padrões de beleza” e harmonia estética, associadas às diversas situações e contextos de um ou mais campos de atuação social, elaborando modelos para sua representação.



(EMIFMAT04PE) e (EMIFLGG04PE) - Reconhecer produtos e/ou processos criativos por meio de fruição, vivências e reflexão crítica na produção do conhecimento matemático e nas práticas de linguagens artísticas, envolvendo Proporção Áurea no contexto do design e sua aplicação no desenvolvimento de processos tecnológicos

Assim, o trabalho direcionado nesta unidade curricular, refere-se a uma ementa que busca retomar e aprofundar conhecimentos que podem ter sido vivenciados pelo professor na Formação Geral Básica.

Proposta da **ementa**: *Retomada de proporcionalidade, com enfoque artístico, para trabalhar Proporção Áurea. Utilização do número áureo e dos números e sequência de Fibonacci, do retângulo áureo e/ou pentágono e triângulo áureo, encontrados nos seres humanos, na natureza, assim como nas mais variadas formas de arte, como construções arquitetônicas, e no design contemporâneo. Utilização da História da Matemática e da Arte para explicação dos conceitos envolvendo Proporção Áurea e Sequência de Fibonacci, bem como a relação com o desenho de Leonardo da Vinci - Homem Vitruviano, entre outros.*

No tocante ao foco pedagógico, considera-se relevante a identificação e aprofundamento de um tema ou/e problema relacionado aos diferentes pensamentos que contextualizam a ideia de “padrões de beleza” e harmonia estética e seu uso em diversas expressões simbólicas no mundo antigo e contemporâneo.

Como o padrão de beleza é reproduzido, atualmente, na arquitetura, na olaria, nas fundições, no design de objetos, na ourivesaria, nas expressões artísticas, entre outros e seu entrelaçamento com a matemática e a arte.

Os usos da Proporção Áurea e da Sequência de Fibonacci em contextos artísticos/culturais, tecnológicos e matemáticos. Seleção de informações e de fontes confiáveis sobre o conceito de beleza entre os povos antigos e seu desdobramento na contemporaneidade, sua relação com o conceito de proporcionalidade e número de ouro; interpretação das informações coletadas com o objetivo de contribuir para a compreensão de processos criativos elaborados a partir de representações e contextos matemáticos.



Identificação e utilização de situações investigativas que explorem o envolvimento e a importância da Proporção Áurea no conceito de padrões de beleza e harmonia estética; Identificação e aprofundamento de tema e/ou problema a partir de contribuições históricas e artísticas relacionadas à Proporção Áurea em diversas formas da natureza e/ou construções arquitetônicas

Apresentação e difusão de uma ação, produto, protótipo, modelo ou solução criativa, tais como obras e espetáculos artísticos e culturais, campanhas e peças de comunicação, programas, aplicativos, jogos, robôs, circuitos, entre outros produtos analógicos e digitais que seja elaborado a partir de uma problemática reconhecida, que envolvam as temáticas da Proporção Áurea e Sequência de Fibonacci, bem como a relação com o desenho de Leonardo da Vinci - Homem Vitruviano, entre outros, que proporcionem processos criativos, experiências estéticas, processos investigativos, utilizando suportes e materiais variados (analógicos e/ou digitais), voltadas para informações e/ou soluções que possibilitem a compreensão pela comunidade escolar de uma atuação ética, estética, sustentável.

Portanto, este material de apoio à ação docente visa contribuir para o trabalho do professor, no tocante a estrutura da unidade curricular *Design e Proporção Áurea*, com foco nas habilidades e eixos estruturantes destinados a esta temática.



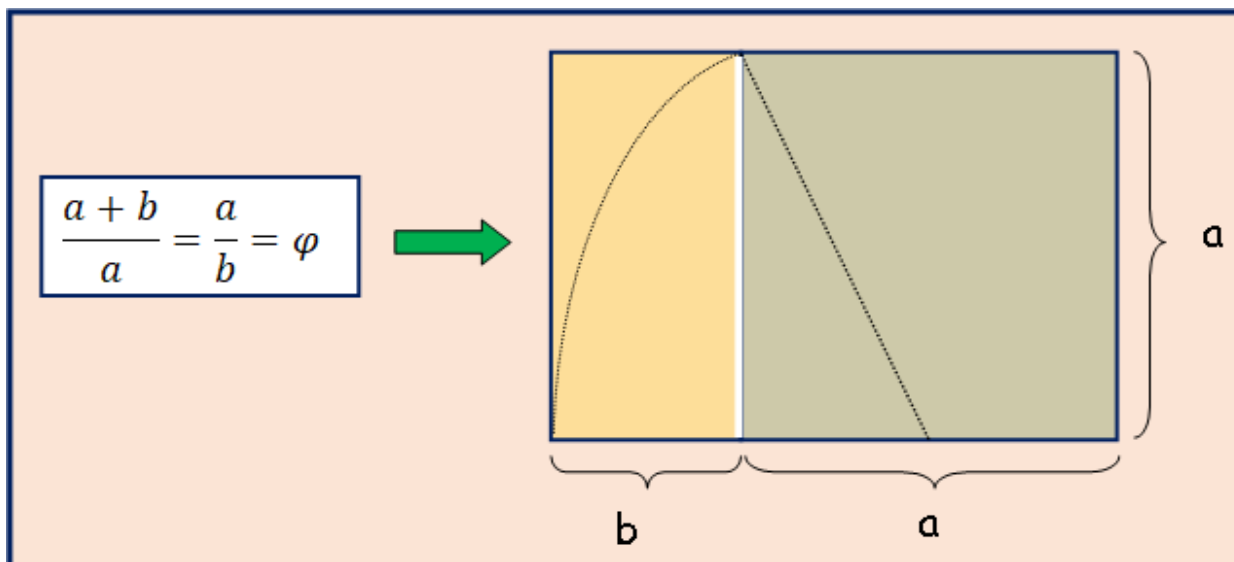
2. O que é proporção áurea?

Chamamos de Proporção Áurea ou Número de Ouro, o número irracional $\varphi \approx 1,61803398875\dots$. Este número foi muito utilizado em projetos e construções arquitetônicas antigas, como o Pártenon, erguido em homenagem a Deusa Atena, na Grécia.

Matematicamente, dizemos que o φ representa a harmonia na natureza, uma beleza estética quantificada. Ele é obtido quando uma linha é dividida em duas partes e a parte mais longa (a) dividida pela parte menor (b) é igual à soma de (a) + (b) dividida por (a), resultando em 1.618.

Uma maneira simples de obtermos o Número de Ouro, é a partir da construção de um Retângulo Áureo.

Dados dois números positivos, a e b, dizemos que eles estão em proporção áurea, se a razão entre eles for igual à razão da sua soma pelo maior entre eles. Ou seja, dados a e b, $a > b > 0$, então:





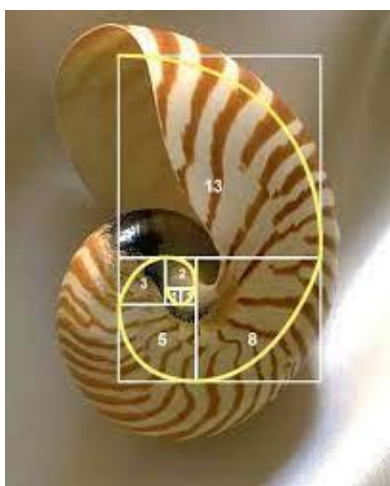
Na matemática, a proporção áurea é representada através da letra grega **Phi**(φ), sendo esta inspirada a partir do arquiteto Phidias, que teria criado este conceito quando ajudou a projetar o Parthenon, em meados do século V a.C.

Pelo fato da proporção áurea ser um número irracional, isso significa que **nunca existirá algo que tenha rigorosamente o mesmo valor do número de ouro**. Aliás, quanto mais próximo algo chegar deste, maior será considerada a sua simetria e proporcionalidade.

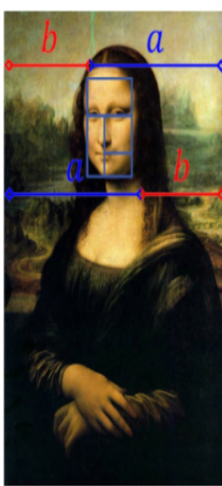
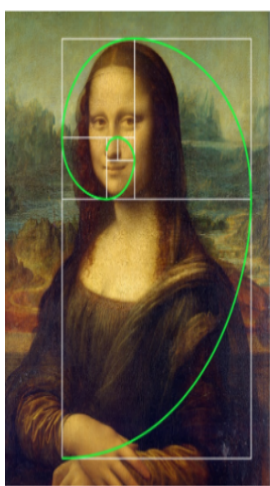
Disponível em: <https://www.significados.com.br/proporcao-aurea/>. Acesso em 23/03/22

Onde encontramos a Proporção Áurea?

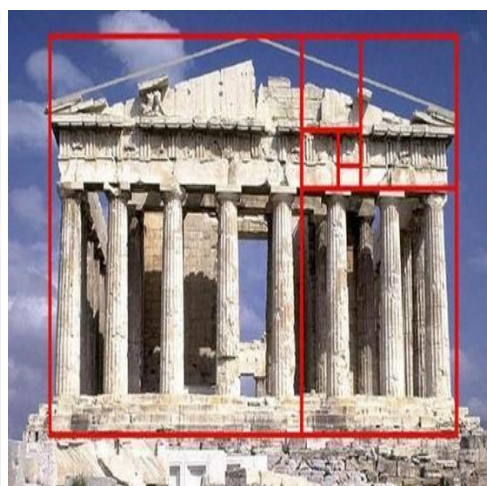
A Proporção Áurea (ou número de ouro), pode ser considerada como uma maneira harmônica de medida. Esta medida pode ser encontrada ou construída em formas na natureza como o caramujo nautilus, em obras de arte como a *Mona Lisa* de Leonardo Da Vinci, construções antigas como o *Templo Partenon* (dedicado à deusa Atenas, protetora da cidade de mesmo nome), dentre outros.



<https://pt.slideshare.net/MauricioMalletDuprat/proporcao-urea> Acesso em 21.06.22

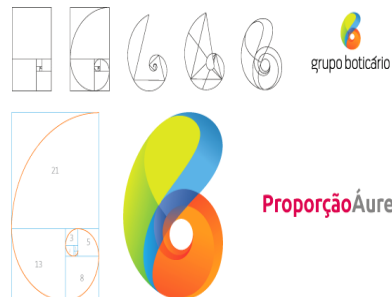
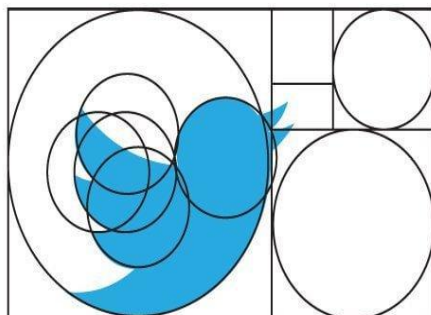
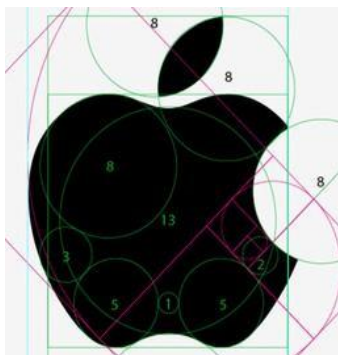


https://www.significados.com.br/proporcao-aurea/ Acesso em 23/03/22



<https://images.app.goo.gl/Ui9PFKEjj6v5vcqa8> Acesso em 21.06.22

Podemos destacar também a aplicação da proporção áurea na construção de logo marcas de empresas conhecidas, como da **Apple**, **Twitter** e **Boticário**.

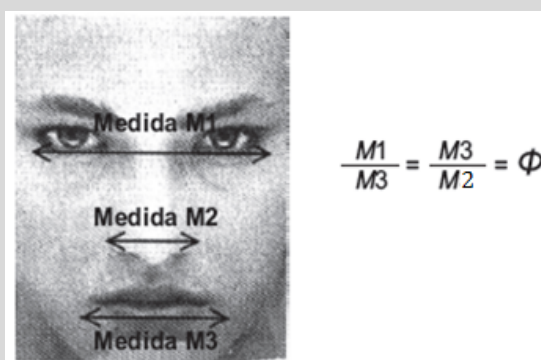


HYPERLINK "<https://sala7design.com.br/2014/11/21/o-uso-da-proporcao-aurea-no-desenvolvimento-de-marcas/>"
<https://sala7design.com.br/2014/11/21/o-uso-da-proporcao-aurea-no-desenvolvimento-de-marcas/> acesso em 21 06 22

Você sabia que a beleza pode ser medida?

Estudos revelam que, independentemente da etnia, idade e condição social, as pessoas têm padrões estéticos comuns de beleza facial e que as faces consideradas bonitas apresentam-se em proporção áurea. A proporção áurea é a constante $\phi=1,618\cdots$.

Uma agência de modelos reconhece a informação citada e utiliza-a como critério de beleza facial de suas contratadas. Para entrevistar uma nova candidata a modelo, a referida agência pede uma fotografia de rosto no ato da inscrição e, com ela, determina as medidas mostradas na figura.



Analisando a fotografia de cinco candidatas, **I**, **II**, **III**, **IV** e **V**, para a seleção de uma única garota, foram constatadas estas medidas:

- **Candidata I:** $M_1=11 \text{ cm}$; $M_2=5,5 \text{ cm}$; $M_3=7 \text{ cm}$.
- **Candidata II:** $M_1=10,5 \text{ cm}$; $M_2=4,5 \text{ cm}$; $M_3=6,5 \text{ cm}$.



- Candidata III: $M_1=11,5\text{ cm}$; $M_2=3,5\text{ cm}$; $M_3=6,5\text{ cm}$.
- Candidata IV: $M_1=10\text{ cm}$; $M_2=4\text{ cm}$; $M_3=6,5\text{ cm}$.
- Candidata V: $M_1=10,5\text{ cm}$; $M_2=4\text{ cm}$; $M_3=6,5\text{ cm}$.

Qual a candidata selecionada pela agência de modelos, segundo os critérios da proporção áurea?

Adaptado de: CONTADOR, P. R. M. A matemática na arte e na vida. São Paulo: Livraria da Física, 2007

Disponível em <http://clubes.obmep.org.br/blog/atividade-a-razao-aurea-proporcao-aurea-um-dos-padroes-de-beleza/>
acesso em 28 06 22

Orientações para realização de atividades

Promover a compreensão da proporção áurea, através da construção do retângulo áureo.

Nesta perspectiva, o quadro abaixo apresenta etapas possíveis de uma construção.

1. Desenhe um quadrado numa folha de papel. (o lado do quadrado será a largura do retângulo de ouro).
2. Marque os pontos médios dos lados superior e inferior do quadrado. Observe que o quadrado ficou dividido em dois retângulos congruentes.
3. Num dos retângulos trace uma diagonal.
4. Com o compasso, desenhe a circunferência que tem centro no ponto médio de onde parte a diagonal, tendo como raio essa diagonal;
5. Prolongue o lado do quadrado até encontrar a circunferência. Observe que, este novo segmento é o comprimento do retângulo áureo, e o lado do quadrado inicial, será a largura do retângulo áureo.



Finalizada a construção do retângulo áureo, solicite que os estudantes meçam os segmentos indicados por **a**, **b** e **a+b**. Em seguida, oriente os estudantes a realizarem os cálculos estabelecendo a seguinte proporção:

$$\frac{a + b}{a} = \frac{a}{b}$$

O resultado obtido, deverá ser um número próximo do número de ouro $\varphi \cong 1,61803398875\dots$

Considerando o tópico **“Você sabia que a beleza pode ser medida?”**, pode-se propor uma pesquisa com uma amostra de 50 a 60 pessoas, entre homens e mulheres, com idades variadas.

Com o uso de algum recurso tecnológico didático, como uma planilha eletrônica, montar uma tabela discriminando as medidas M_1 , M_2 , M_3 .

Depois da tabela construída, analisar os dados e verificar quais pessoas melhor se enquadram nos padrões estabelecidos com relação à Proporção Áurea.

Esta atividade pode ser realizada individual ou em pequenos grupos formados por 2, 3 ou 4 estudantes.



Orientações para a Avaliação

Conforme as orientações para atividade na construção do retângulo áureo, pode-se observar o protagonismo do estudante, de modo sistemático e autônomo, ao conduzir e discutir com seus pares a descoberta e importância da *Proporção Áurea* ou *Número de Ouro*, o número irracional $\varphi \approx 1,61803398875\dots$ e suas aplicações no mundo real.

Na atividade de construção de uma tabela utilizando uma planilha eletrônica, pode-se confrontar os resultados e promover um debate entre as relações estabelecidas entre as medidas M_1 , M_2 e M_3 , e pessoas que melhor se enquadram nos padrões estabelecidos com relação à Proporção Áurea.



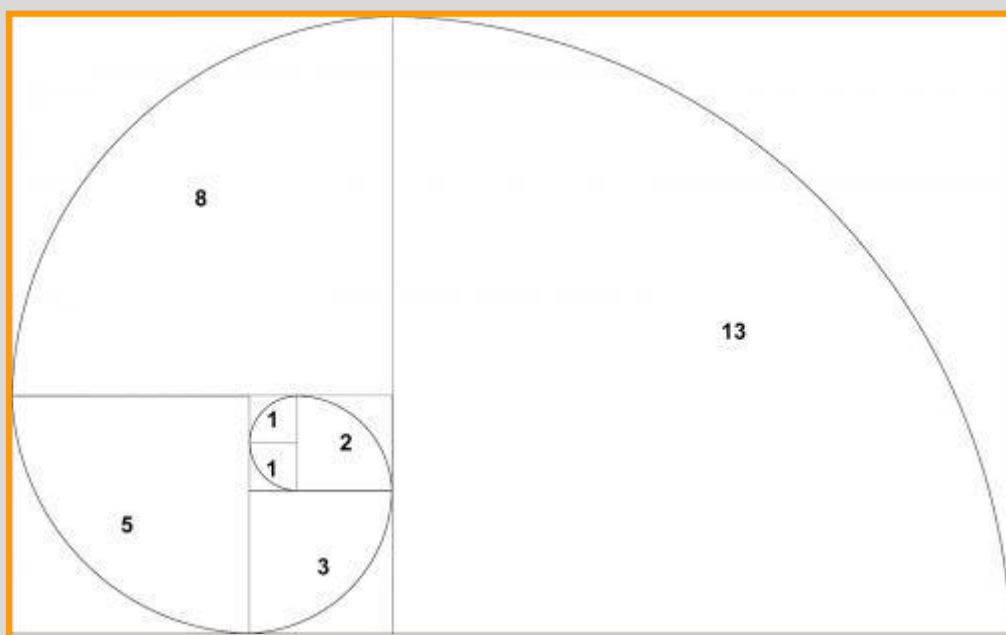
3. Você já ouviu falar na Sequência de Fibonacci?

Após ser explorada por outros estudiosos gregos, a razão áurea (também conhecida como "Proporção Divina" ou "Razão de Phidias") ganhou propriedades mais elaboradas no começo do século XIII.

O matemático italiano **Leonardo Fibonacci** descobriu uma sequência de números infinita, onde a divisão entre os termos consiste sempre na aproximação do número 1,6180 (o "número de ouro").

O que é a Sequência de Fibonacci?

Sequência de Fibonacci consiste numa **sucessão infinita de números que obedecem um padrão** em que cada elemento subsequente é a soma dos dois anteriores. Assim, após 0 e 1, vêm 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, etc.



Esta sequência foi descoberta pelo matemático italiano **Leonardo Fibonacci** (1170 - 1250), também conhecido por Leonardo Pisa ou Leonardo Bigollo. A constatação de Fibonacci foi feita a partir da observação do crescimento de uma população de coelhos.

A sequência começa pelo número 0 e 1, sendo que este se repete e, posteriormente, a soma dos dois últimos numerais forma o próximo: $1 + 1 = 2$. Depois a sequência continua a somar-se: $1 + 2 = 3$; $2 + 3 = 5$; $3 + 5 = 8$; e assim infinitamente.

Esta sequência de números está, misteriosamente, interligada com diversos fenômenos da natureza, conforme constatou-se ao longo dos anos os estudos matemáticos.



Os números da sequência de Fibonacci formam a chamada "**proporção áurea**", um conceito visual muito aplicado nas artes plásticas, arquitetura e design, visto que é considerada agradável ao olhos humanos. O valor da proporção áurea é de aproximadamente 1,6, sendo justamente este número que é obtido quando se divide um número com o seu antecessor da sequência de Fibonacci.

A partir desta sequência ainda pode ser construída a ideia do **Retângulo de Ouro**. Quando desenham-se arcos no interior de cada quadrado dividido dentro do retângulo, também observa-se a Espiral de Fibonacci.

A ideia da proporção áurea adquirida a partir da observação desta sequência foi utilizada por Leonardo Da Vinci, por exemplo, para descrever a figura perfeita do corpo humano.

Disponível em: <https://www.significados.com.br/sequencia-de-fibonacci/> Acesso em 23 03 22

Coelhos de Fibonacci

Um dos problemas clássicos que envolvem a sequência de Fibonacci e sua origem é o do crescimento de uma população de coelhos.

Com algumas suposições, Fibonacci verificou que, ao longo de meses, os coelhos se reproduziam da seguinte forma:

1º mês: inicia-se com **1** casal de coelhos.

2º mês: continua-se com **1** casal de coelhos, pois eles ainda não se desenvolveram o suficiente para reproduzir.

3º mês: os coelhos se reproduzem e tem-se, então, **2** casais de coelhos.

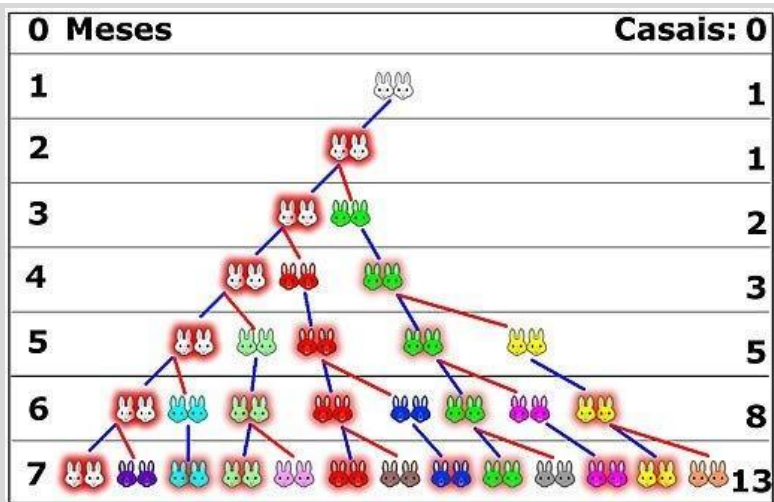
4º mês: o primeiro casal se reproduz novamente, mas o segundo casal ainda não se reproduz. Fica-se com **3** casais de coelhos.

5º mês: o primeiro casal se reproduz, o segundo casal se reproduz, mas o terceiro casal ainda não. Fica-se, agora, com **5** casais de coelhos.

6º mês: o primeiro, o segundo e o terceiro casal se reproduz, mas o quarto e o quinto casal ainda não. Totaliza-se, nesse mês, **8** casais de coelhos.

E assim por diante, ao longo do tempo.

Com isso, Fibonacci observou que o número de casais em um mês era sempre igual à soma do número de casais dos dois meses anteriores, formando uma sequência: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...



Representação do crescimento de uma população de coelhos conforme a sequência de Fibonacci.

Veja que, para saber o número de casais do 7º mês, basta somar as quantidades do 6º e 5º mês:
 $8 + 5 = 13$.

Disponível em: <https://escolaeducacao.com.br/sequencia-de-fibonacci/> acesso em 24/03/22

Fórmula da Sequência de Fibonacci

Toda sequência possui uma regra que define como ela é formada, ou seja, os números da sequência não são aleatórios, há um motivo de cada um estar lá.

A sequência de Fibonacci começa pelo número 1, em seguida, vem ele mesmo, e os próximos números são obtidos pela seguinte fórmula: $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$

Exemplos:

Se queremos saber o 3º número da sequência, basta somar o 2º e o 1º número da sequência:

$$F_3 = F_2 + F_1 = 1 + 1 = 2$$

Se queremos saber o 4º número da sequência, basta somar o 3º e o 2º número da sequência:

$$F_4 = F_3 + F_2 = 2 + 1 = 3$$

Se quisermos saber o 5º número da sequência, basta somar o 4º e o 3º número da sequência:

$$F_5 = F_4 + F_3 = 3 + 2 = 5$$



Disponível em: <https://escolaeducacao.com.br/sequencia-de-fibonacci/> acesso em 24 03 22

Retângulo de ouro e a Sequência de Fibonacci

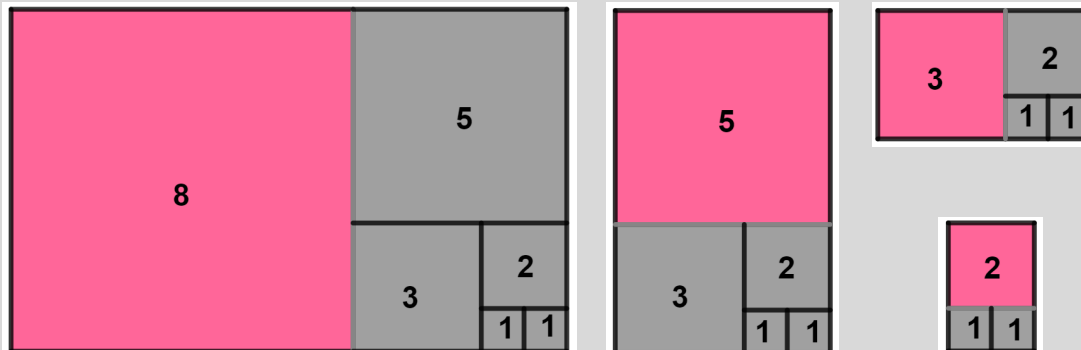
O **retângulo de ouro**, ou retângulo dourado, é qualquer retângulo cuja medida da base dividida pela altura resulta no número de ouro.

Então, sempre que as medidas do retângulo são dois números consecutivos da sequência de Fibonacci, o retângulo é de ouro.

Exemplo: um retângulo de base 13 cm e altura 8 cm é um retângulo de ouro.

Uma característica importante dos retângulos de ouro é que eles são formados por outros retângulos de ouro menores.

Conseqüentemente, em retângulos de ouro, podemos observar a nossa belíssima sequência de Fibonacci.



Disponível em <https://escolaeducacao.com.br/sequencia-de-fibonacci/> acesso em 24 03 22

Sequência de Fibonacci na poesia

Apesar da sequência ser referenciada ao matemático Fibonacci, alguns autores defendem que a sequência teria uma origem poética, tendo sido descrita quase dois séculos antes, por matemáticos indianos, em poemas de uma língua antiga da Índia, o sânscrito.



SECRETARIA DE EDUCAÇÃO E ESPORTES

SECRETARIA EXECUTIVA DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO
GERÊNCIA GERAL DE ENSINO MÉDIO E ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL
GERÊNCIA DE POLÍTICAS EDUCACIONAIS DO ENSINO MÉDIO

Contudo, não há um consenso sobre quem descobriu a sequência. Mas vamos entender como os números de Fibonacci estariam presentes nesse tipo de poesia.

No sânscrito, há sílabas curtas e largas e elas são medidas por unidades: 1 unidade, 2 unidades, e assim por diante.

Alguns poemas tinham o mesmo número de unidades por versos, mas para que isso acontecesse haviam algumas restrições em relação às sílabas serem curtas ou largas.

- ✓ Poemas com 1 unidade em cada verso deveriam ter apenas uma sílaba curta em cada verso.
- ✓ Poemas com 2 unidades em cada verso deveriam ter apenas uma sílaba larga ou duas sílabas curtas.
- ✓ Poemas com 3 unidades em cada verso deveria ter apenas uma sílaba larga e uma curta, ou uma curta e uma larga, ou três sílabas curtas seguidas

Denotando as sílabas curtas por C e as sílabas largas por L, podemos montar um quadro:

1 unidade	2 unidades	3 unidades	4 unidades	5 unidades
C	L	LC	LL	LCL
	CC	CL	CCL	CLL
		CCC	LCC	CCCL
			CLC	LLC
			CCCC	CCLC
				LCCC
				CLCC
				CCCCC

Então, para 1, 3, 3, 4, 5 unidades, o número de possibilidades é **1, 2, 3, 5, 8**, que são os números da sequência de Fibonacci.

Além disso, veja que, por exemplo, na coluna de 5 unidades, temos **3** possibilidades que terminam com letra L e **5** possibilidades que terminam com letra C, e $3 + 5 = 8$.

Podemos concluir que, independente de quem a tenha descoberto, a sequência de Fibonacci é mesmo impressionante e suas aplicações estão além da matemática,

Disponível em <https://escolaeducacao.com.br/sequencia-de-fibonacci/> acesso em 24 03 22



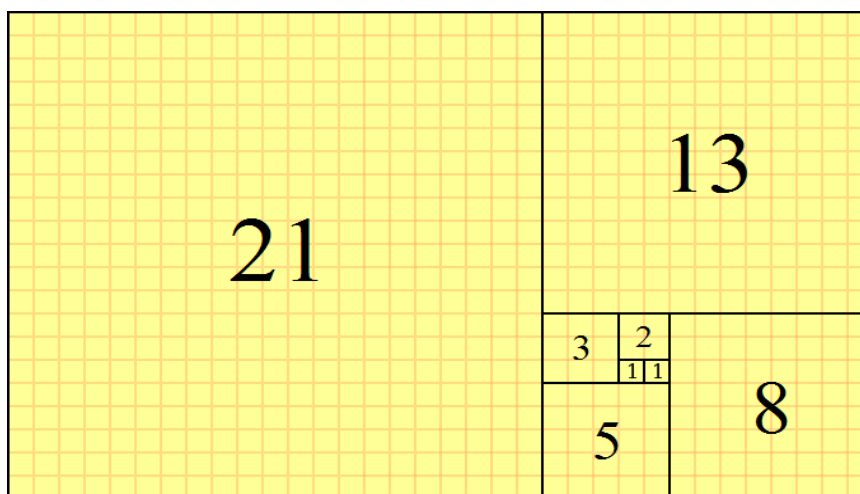
Orientações para realização de atividades

As atividades propostas envolvendo a sequência de Fibonacci, são diversas e bem variadas. Uma primeira proposta poderá ser realizada uma pesquisa onde os estudantes, mediados pelo professor, buscarão relacionar a aplicação/utilização da Sequência de Fibonacci na natureza, no dia a dia. Identificando e ilustrando de maneira prática sua importância e aplicabilidade.

Outra atividade simples de compreender e realizar é, a partir de sua definição, escrever os 21 primeiros termos da sequência de Fibonacci.. A sequência é definida mediante a seguinte fórmula: $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$. Segue a sequência dos 21 primeiros termos:

F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}	F_{16}	F_{17}	F_{18}	F_{19}	F_{20}
0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	987	1597	2584	4181	6765

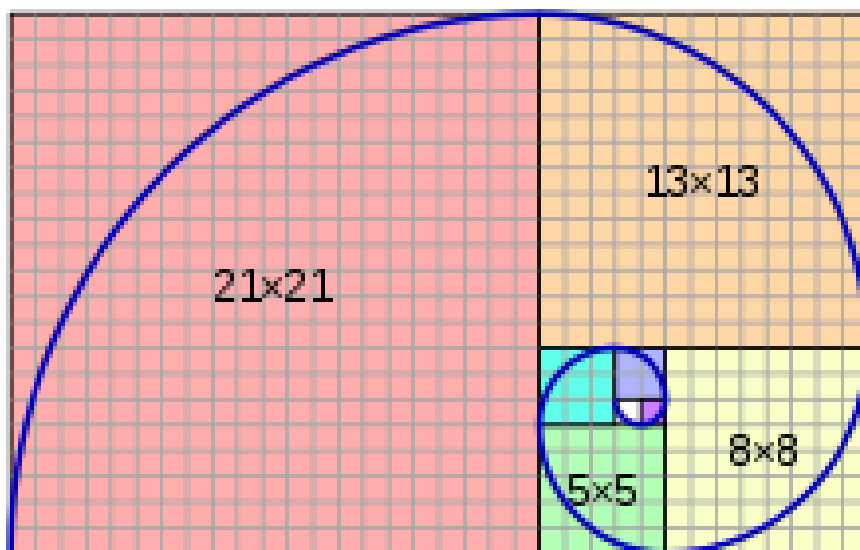
Pode-se propor também que o estudante produza retângulos áureos em sequência. Para isso, é interessante um papel quadriculado ou milimetrado. Orientado pelo professor o estudante será solicitado a construir um ladrilho com quadrados, cujos comprimentos laterais são números da sequência de Fibonacci sucessivos: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 e 21, como podemos perceber na figura abaixo.



Disponível em https://stringfixer.com/pt/Fibonacci_numbers acesso em 24/03/22



A partir da construção destes retângulos, a atividade poderá ser ampliada para que o estudante compreenda a construção da espiral de Fibonacci. Esta espiral poderá ser obtida a partir de arcos de circunferências, conectados na continuidade dos vértices opostos dos quadrados. A ilustração abaixo representa um modelo para esta construção.



Disponível em https://stringfixer.com/pt/Fibonacci_numbers acesso em 24/03/22

Orientações para a Avaliação

A partir das construções da espiral de Fibonacci em papel quadriculado ou milimetrado, relacione a sequência obtida através da fórmula, estabelecendo e identificando relações entre as duas situações.



4. Design e Proporção Áurea: harmonia no detalhe

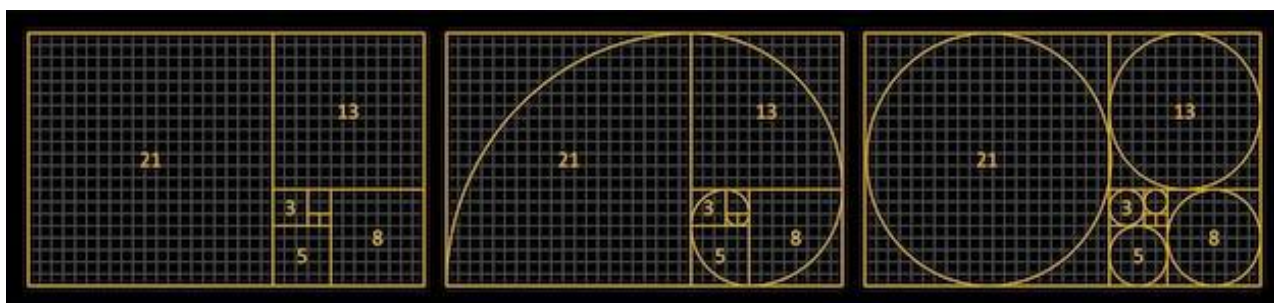
Podemos encontrar várias definições sobre o Design. Apresentamos duas das definições com o propósito de compreender melhor a relação do Design com a Matemática através do número de ouro.

Design é a visualização criativa e sistemática dos processos de interação e das mensagens de diferentes atores sociais; é a visualização criativa e sistemática das diferentes funções de objetos de uso e sua adequação às necessidades dos usuários ou aos efeitos sobre os receptores. (BEAT SCHNEIDER, 2010).

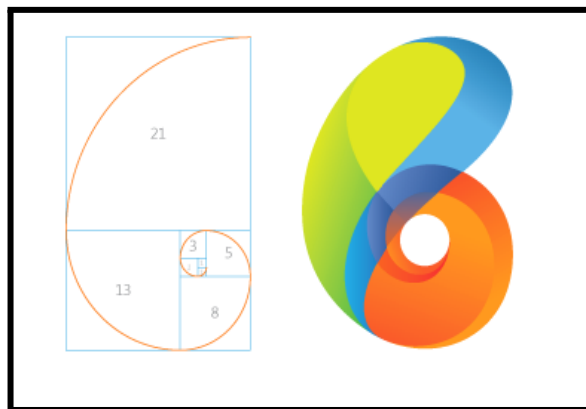
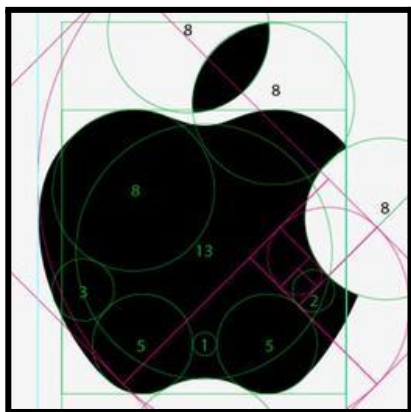
Design é a organização das partes de um todo, de um modo que os componentes produzam o que foi planejado. Só que esse arranjo é sempre improvável, seja o design de algo extraordinário ou não. E isso ocorre porque o número de modos pelos quais as partes podem ser combinadas é excessivo. Cada arranjo não passa de uma quantidade enorme de possibilidades. Ou seja, cada arranjo realizado é tão improvável quanto todos os outros, não realizados. (HELENA KATZ, 2013).

A Proporção Áurea pode ser utilizada na arte, no Design com o objetivo de estabelecer composições visuais que proporcionem uma estética prazerosa ao olhar.

Com relação ao uso de logomarcas, pode-se propor a utilização de elementos que utilizem as proporções áureas, sem necessariamente a forma de retângulos de ouro.



Disponível em: https://br.scribd.com/documentos/100000000/proporcao-aurora-proporcões-olivas-espiral-dourada-dos-números-de-fibonacci-conjuntos-de-ilustrações-verticais-de-análise-de-fibonacci-de-proporção-dourada-sinais-de-proporção-de-geometria-ausgnada_21850404.html
https://br.scribd.com/documentos/100000000/proporcao-aurora-proporcões-olivas-espiral-dourada-dos-números-de-fibonacci-conjuntos-de-ilustrações-verticais-de-análise-de-fibonacci-de-proporção-dourada-sinais-de-proporção-de-geometria-ausgnada_21850404.html acessado em 29/09/2023



HYPERLINK "<https://sala7design.com.br/2014/11/21/o-uso-da-proporcao-aurea-no-desenvolvimento-de-marcas/>"
<https://sala7design.com.br/2014/11/21/o-uso-da-proporcao-aurea-no-desenvolvimento-de-marcas/> acesso em 28 06 22

Quais as vantagens do uso do segmento áureo?

As vantagens da aplicação podem estar relacionadas à tendência na aceitação das pessoas de algo encontrado na natureza, sem esforço ou artifício. Assim, a proporção áurea é facilmente incorporada a tudo.

Não é difícil encontrar quem defenda o segmento áureo como uma ferramenta indispensável aos designers para elaborar [identidades visuais](#), diagramação de livros e revistas, peças gráficas variadas e até layouts para websites. Ela é conhecida por proporcionar o máximo de alcance no rendimento criativo. Inclusive, existem muitos logotipos supostamente desenvolvidos com fundamento nesse conceito, como o logo da PepsiCo.

Vale a pena testar o quanto um [projeto](#) pode ficar mais harmônico com o uso dessa ferramenta misteriosa. Para isso, procure dimensionar áreas com base no segmento áureo, usando definições de 1:1.618, e observe como isso afeta a sua percepção. O mesmo pode ser feito com espaçamentos, que são elementos tão importantes em qualquer projeto de diagramação.

Utilize a proporção áurea como um [guia](#), em vez de se deixar levar apenas pela intuição. Isso é especialmente útil quando há muitos itens para organizar, incluindo as imagens. O mesmo vale para distribuir conteúdo, lembrando que a atenção é naturalmente levada para o centro da espiral, e lá é que devem estar os detalhes mais relevantes.

É importante deixar claro que o uso da razão áurea não é o único caminho para se produzir trabalhos memoráveis, pois tudo depende de cada projeto, do estilo do profissional, entre outros fatores. Desse modo, não é necessário usar sempre uma [malha](#) geométrica para



que o resultado funcione — todo método ou ferramenta ajuda muito, mas as variáveis envolvidas são inúmeras.

A proporção áurea é uma matéria intrigante, que deslumbra muita gente, principalmente pelas histórias fantásticas que a cercam e dão asas à imaginação. A questão é que a razão PHI existe e muitos a aplicam com sucesso, então, cabe cada um conhecer a teoria e aprender a aplicar com sabedoria para que os resultados sejam tão bons quanto se espera.

Disponível em <https://blog.revendakwg.com.br/inspiracao-design/o-que-e-proporcao-aurea/> acesso em 24 03 22

Usando a proporção áurea no design gráfico



goldenratio proporção áurea design gráfico designe - Crédito da foto: [The Fishof Life](#)

Construir seu design gráfico em torno de um retângulo dourado ou uma sequência de Fibonacci requer um domínio real da arte, mas qualquer designer pode usá-lo como uma diretriz geral para adicionar ajustes e melhorias em seu design. Quanto mais você se acostumar com a proporção áurea, mais descobrirá que ela está apenas mostrando onde estão as melhores partes do seu design – não é necessariamente ditando como você deve projetar sua peça.

Às vezes, você descobrirá que a proporção áurea combina perfeitamente com um design, enquanto outras, você terá idéias inteligentes que não necessariamente seguem as regras. Isso é bom – para quantos projetos você encontrar no mundo que atendem à proporção áurea, você encontrará quase uma quantidade igual de projetos que não atendem. Não é uma regra de fazer ou quebrar; é apenas mais uma ferramenta que você pode adicionar ao kit de ferramentas do designer.



Tipografia

A maneira mais fácil de começar a usar a proporção áurea é implementá-la nos seus elementos tipográficos de design gráfico. Por exemplo, digamos que você esteja usando fonte 10pt para o texto do corpo. Usando a proporção áurea, você pode determinar o melhor tamanho para os títulos multiplicando por 1,618.

Portanto, $10 \times 1,618 = 16,18$, que você pode arredondar para a fonte 16pt.

Ou digamos que o texto do título tenha 20 pontos e você deseja encontrar um tamanho apropriado para o texto do seu corpo. Como o texto do título é o elemento maior, você deve dividir por 1,618 em vez de multiplicar.

Portanto, $20 / 1,618 = 12,36$, que você pode arredondar para 12pt de texto do corpo (ou até 13pt, se assim desejar). Essa é a beleza da proporção áurea – você não precisa ser perfeito.

Layout geral

Mais uma vez, usar uma espiral dourada para informar o layout do design gráfico é muito parecido com o uso da regra da grade de terços – você quer que o foco do design seja centrado na espiral, usando os retângulos dourados como linhas de divisão para a colocação de elementos visuais. Mas, diferentemente da regra da grade de terços, você pode mover o retângulo dourado para atender às suas necessidades.

Afinal – se você não pudesse se mover em torno de um retângulo dourado, todo design pareceria um retângulo dourado ou uma espiral. Em vez disso, pense no seu retângulo de ouro como uma régua – ele não muda, mas você pode movê-lo pela tela para medir os elementos que já estão lá.



layout proporção áurea - exemplo design

Os designers digitais precisam trabalhar com restrições mais rígidas quando se trata de criar um layout; eles não podem controlar as dimensões do monitor da audiência, afinal. Um truque comum em web design é usar a proporção áurea para dividir o espaço entre o corpo do site e a barra lateral. Ao tomar as medidas do espaço em que estão trabalhando, os web designers podem garantir que o corpo seja 1,618 vezes maior que a barra lateral, pegando a largura total da tela, dividindo-a por 1,618 e subtraindo esse número da largura total da tela.

A mesma técnica ainda pode ser aplicada ao design de impressão – mas é preciso ter cuidado. Os designers da Web estão trabalhando em um meio horizontal e grande parte do design de impressão é orientada verticalmente. Obviamente, praticamente tudo o que é impresso verticalmente também pode ser impresso horizontalmente – mas nem sempre você tem a opção.

A vantagem de trabalhar na impressão é que o tamanho da própria mídia pode ser medido de acordo com a proporção áurea. No entanto, também há momentos em que os designers de impressão são limitados a um tamanho padrão e incapazes de usar opções de impressão personalizadas. Felizmente, você ainda pode aplicar a proporção áurea no layout de qualquer modelo de impressão; você só precisa ser esperto.

Uma coisa boa sobre as pastas de apresentação e outros materiais de impressão que se abrem é que eles oferecem uma tela alinhada vertical e horizontalmente para trabalhar. Sempre que você abre uma pasta de apresentação, o interior combinado cria um grande retângulo horizontal. Portanto, é bastante fácil ter elementos internos com base na proporção áurea, como o tamanho e a localização dos bolsos.

Você também pode implementar o mesmo tipo de ideia da barra lateral que os web designers usam, com uma aba de informações personalizada dentro da pasta. Mesmo a posição



dos elementos de design impressos dentro da pasta pode ter um apelo estético ao visualizador se você os colocar de acordo com a proporção áurea.

Disponível em <https://designer.com.br/proporcao-aurea-o-que-e-e-como-usar/> acesso em 24/03/22

Orientações para realização de atividades

Considerando o eixo estruturante “Processos criativos”, bem como o trabalho realizado, descrito no tópico acima, as atividades propostas remetem a identificação e criação de logomarcas por estudantes. Inicialmente, pode-se propor a identificação de elementos da proporção áurea em logomarcas conhecidas e depois a criação de logomarcas próprias para empresas fictícias, criadas por estudantes, atendendo seus interesses, indicações e tendências para ramos específicos (empreendedorismo).

Orientações para a Avaliação

As avaliações propostas devem considerar todo o processo de identificação e criação de logomarcas pelos estudantes. Pode-se propor uma análise, reflexão sobre as relações existentes entre a logomarca e o tipo de empresa (empreendimento) criada de forma fictícia.



5. Definindo e demonstrando

Definição algébrica

Dois valores positivos estão em **razão áurea** se sua razão é igual à razão da sua soma pela maior das quantidades. Algebricamente, dados a e b , $a > b > 0$, então:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \phi$$

Onde ϕ representa a **razão áurea**. O seu valor é constante e pode ser encontrado a partir da definição anterior.

Usando a parte direita da equação, vemos que $a = b \cdot \phi$, o que pode ser substituído na parte esquerda, resultando em:

$$\frac{b\phi + b}{b\phi} = \frac{b\phi}{b}$$

Cancelando b em ambos os lados, temos: $\frac{\phi + 1}{\phi} = \phi$

Multiplicando ambos os lados por ϕ resulta: $\phi + 1 = \phi^2$

Finalmente, subtraindo ϕ^2 de ambos os membros da equação e multiplicando todas as parcelas por (-1) , encontramos: $\phi^2 - \phi - 1 = 0$, que é uma equação quadrática da forma $ax^2 + bx + c = 0$, em $a = 1$, $b = -1$ e $c = -1$.

Agora, basta resolver essa equação quadrática. Pela fórmula resolvente de uma equação quadrática:

$$\phi = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \phi = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1}$$

$$\phi = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4}}{2} \quad \phi = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$



A única solução positiva dessa equação quadrática é a seguinte

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1,61803398875, \text{ que é o número } \varphi$$

Disponível em https://pt.wikipedia.org/wiki/Propor%C3%A7%C3%A3o_%C3%A1urea acesso em 22/03/22

Orientações para realização de atividades

As relações algébricas estabelecidas a partir da razão áurea utiliza argumentos, procedimentos que remetem a equação polinomial do 2º grau (equação quadrática). Para as atividades indicativas, propõe-se uma análise comparativa da relação com a fórmula resolvente da equação polinomial do 2º grau (equação quadrática) e o estabelecimento de números complexos. Também pode-se propor a elaboração e resolução de problemas que remetem a equações quadráticas com raízes complexas.

Orientações para a Avaliação

A avaliação proposta deve considerar a elaboração e resolução de problemas que envolvem equações com raízes complexas.



6. Referencial Bibliográfico

ARAÚJO, Sharlene Melanie Martins. Fundamentos geométricos aplicados em design de marcas. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Comunicação e Expressão, Programa de Pós-Graduação em Design e Expressão Gráfica, Florianópolis, 2015.

FRANCISCO, Samuel Vilela de Lima. Entre o fascínio e a realidade da razão áurea. Dissertação (mestrado profissional) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas São José do Rio Preto, 2017 119 f: il., tabs.

MORAES, Wallace Alves. ; COLE, Ariane Daniela. Proporção Áurea: Natureza Estética e Design. IX JORNADA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA. 9, 2013, São Paulo. Universidade Presbiteriana Mackenzie, 2013. CD ROM. sob o ISSN 1809-9750. Brasil, São Paulo, 15 de jul. de 2015. DOI: 10.13140/RG.2.1.2930.0328.

BARBOSA A. M. Abordagem Triangular no Ensino das Artes e das Culturas Visuais. São Paulo: Cortez Editora, 2012.

BATISTA, Marcelo. Donald no País da Matemática e O Número de Ouro. 27 de set. de 2017. 1 vídeo (27 min 32 seg).

MATEMÁTICA RIO. Sequência Fibonacci, Razão Áurea e Número de Ouro. 7 de nov. de 2013. (4 min 16 seg).

DOCZI. G. O Poder dos Limites. Harmonias e Proporções na Natureza, Arte e Arquitetura. São Paulo: Editora Mercurio Jovem, 2012

ELAM. K. Geometria do design. São Paulo: Gustavo Gili Editora, 2018.

GOMBRICH. E.H. A História da Arte. Rio de Janeiro: Zahar, 1988.

KATZ, Helena. Corpo, design e evolução. Livro Desenho. Desenho. Desígnio. Editora: Senac. São Paulo. 2ª edição. 2013

LEAL.L. Processo de Criação e Design Gráfico. São Paulo: Editora SENAC, 2020

RIGONATTO, Marcelo. "Sequência de Fibonacci"; *Brasil Escola*. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/sequencia-fibonacci.htm>. Acesso em 11 de abril de 2022.



SECRETARIA DE EDUCAÇÃO E ESPORTES

SECRETARIA EXECUTIVA DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO
GERÊNCIA GERAL DE ENSINO MÉDIO E ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL
GERÊNCIA DE POLÍTICAS EDUCACIONAIS DO ENSINO MÉDIO

SCHNEIDER, Beat. “Design – Uma Introdução. O design no contexto social, cultural e econômico” (2010), página 197, da Editora Blücher. Disponível em: <https://designices.com/tag/blucher/> acesso em 26 06 22

Outros sites:

<https://www.significados.com.br/proporcao-aurea/>. Acesso em 23 03 22

<http://clubes.obmep.org.br/blog/atividade-a-razao-aurea-proporcao-aurea-um-dos-padroes-de-beleza/> Acesso em 28 06 22

<https://www.todamateria.com.br/grecia-antiga/> Acesso em 22 03 22

<https://www.significados.com.br/sequencia-de-fibonacci/> Acesso em 23 03 22

<https://escolaeducacao.com.br/sequencia-de-fibonacci/> Acesso em 24 03 22

https://stringfixer.com/pt/Fibonacci_numbers Acesso em 24 03 22

<https://designe.com.br/proporcao-aurea-o-que-e-e-como-usar/> Acesso em 24 03 22

https://pt.wikipedia.org/wiki/Propor%C3%A7%C3%A3o_%C3%A1urea Acesso em 22 03 22