



PROGRAMA
MONITORIA PE
APRENDIZAGEM

Secretaria
de Educação



GOVERNO DE
**PER
NAM
BU**
ESTADO DE MUDANÇA

**CADERNO DE APOIO AOS MONITORES DE
MATEMÁTICA - ENSINO MÉDIO**

1º TRIMESTRE/ 2025

Secretário Executivo de Ensino Médio e Profissional
Secretário de Educação
Gilson José Monteiro Filho
Secretário Executivo de Ensino Médio e Profissional
Paulo Fernando de Vasconcelos Dutra

Equipe de Elaboração

Equipe Técnica de Matemática

Almir de Lima Serpa
Edvaldo Braz do Nascimento
Evande Odete Bezerra Souza

Equipe de Coordenação

Gerente de Políticas Educacionais do Ensino Médio (GGPEM/SEMP)

Janine Furtunato Queiroga Maciel

Gestor de Formação e Currículo (GGPEM/SEMP)

Rômulo Guedes e Silva

Chefe da Unidade de Gestão das Aprendizagens (GGPEM/SEMP)

Cristiane Gonçalves de Oliveira Andrade

Prezado(a) Estudante/Monitor(a)

A Secretaria de Educação lançou o “**PROGRAMA MONITORIA PE - APRENDIZAGEM**” voltado para os estudantes do nono ano do Ensino Fundamental e do terceiro ano do Ensino Médio das Escolas da Rede Estadual de Pernambuco com o objetivo de potencializar o desempenho escolar dos estudantes nos componentes curriculares de **Língua Portuguesa e Matemática**, por meio de ações de fortalecimento do processo de ensino e aprendizagem. Como monitor, você será protagonista na disseminação dos conteúdos deste **Caderno de Matemática**, sendo um importante colaborador no processo de ensino aprendizagem junto aos seus colegas de classe, com apoio do seu professor.

Com intuito de contribuir com a sua atividade de Monitoria na turma do terceiro ano do **Ensino Médio**, estamos lançando este Caderno de Matemática, com os objetos do conhecimento para o primeiro trimestre do ano letivo - 2025, conforme o **Organizador Curricular Trimestral de Matemática** e a **Avaliação Formativa/2024**. Nesse material, procuramos utilizar uma linguagem acessível a vocês, estudantes, de modo que tenham domínio nos conteúdos temáticos a seguir:

Organizador Curricular Trimestral:

- ✓ **Juros Simples e Compostos***
- ✓ **Leis dos Seno e Cossenos**
- ✓ **Função Seno e Cosseno**
- ✓ **Transformações Isométricas**

Avaliação Formativa:

Descritores de Matemática: D011- D027- D074 – D099 – D092 - D093

Observação: **D092 - D093 *(Descritores já contemplado)**

Com o apoio do seu professor, que irá lhe orientar em cada etapa deste processo de monitoria, você poderá utilizar seu livro didático e outras ferramentas para pesquisar e se aprofundar mais sobre no estudos dos conteúdos abordados nesse Caderno. Esta é mais uma possibilidade que visa apoiá-lo durante o período de sua monitoria.

Desejamos um excelente estudo!

CADERNO 1 DO MONITOR - 2025

MONITOR(A), CONHEÇA SEU CADERNO!

Este caderno foi dividido em várias partes, cada uma delas contendo vários itens. Cada item também é subdividido em assuntos que irá te ajudar a resolver **QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO**. Lembre-se de que cada caderno tem seus assuntos específicos, suas habilidades e as competências, formando um conjunto de três cadernos. Assim, todo conteúdo está organizado em um princípio **lógico**, portanto, você será capaz de ir de parte a parte, de item a item, e de unidade a unidade com uma ideia mais concreta do que vai encontrar quando chegar lá.

Para que isso ocorra, temos o seguinte roteiro: no início de cada unidade temática (assunto), teremos a apresentação assunto referente ao currículo de Matemática que precisa ser estudada para este caderno. Na sequência, indicamos um exemplo resolvido relacionado à unidade temática e à habilidade envolvida, depois apresentamos as atividades e um desafio para você e seus(suas) colegas de classe. Outros pontos podem surgir como, por exemplo, dicas dos(as) professores(as), QR CODE, *hiperlink* e endereços eletrônicos para suporte às pesquisas no canal do EDUCA-PE (disponível em: <http://educacao.pe.gov.br>).

ÍCONES USADOS NO CADERNO

Empregamos **ícones** em nosso material didático, porque visam auxiliar o máximo de estudantes, principalmente àqueles(as) que necessitam de um material com suporte **técnico, didático e tecnológico**. O principal intuito é **diminuir o déficit de atenção, ao mesmo tempo em que, auxiliem na leitura dinâmica dos conteúdos**. Segundo, porque os ícones são realmente **úteis** para as entradas rápidas e **manipulações** ao executar as diferentes tarefas que você precisa fazer (responder as questões de matemática propostas).

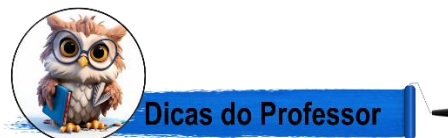
O que há de bom nestes ícones; é que eles, normalmente, incluem algum símbolo que sugere o que determinada ação faz, e é capaz de oferecer. Isso vale para os ícones usados neste material, são eles:



Lembre-se

O ícone anterior informa sobre as **informações importantes** ou as **concepções necessárias** para resolver um **determinado problema** ou mesmo por **continuar com a explicação do assunto** abordado. Ele serve também como um **marcador** para que você possa se lembrar de algo enquanto continua a leitura ou mesmo a **resolução das tarefas do seu caderno**. Não esqueçam, as informações indicadas pelo ícone, **Lembre-se de** que são, extremamente necessárias para o contexto da **UNIDADE TEMÁTICA** envolvida no item em que se localiza.

O material indicado por este ícone é de **extrema importância**, pois está, estreitamente, relacionado **ao tema em questão** (O USO DAS TECNOLOGIAS); portanto, é absolutamente necessário para a sua compreensão dos assuntos, dos conhecimentos que estão envolvidos nas **discussões dos temas** aqui abordados e, que podem ser **debatidos nas videoaulas** com o código 2D – QR CODE ou com Podcast, OK?



Quando você visualizar os ícones **DICAS DO PROFESSOR**, vai encontrar algo útil, importante conceito ou que **economiza tempo**. Pode ser surpreendente, com certeza será algo que vai lhe ajudar e fortalecer sua base de conhecimento sobre o ensino de Matemática e os processos de resoluções de questões.

QUAL É O OBJETIVO DA MONITORIA?

O objetivo da monitoria é estimular os(as) estudantes a conhecer as atividades relacionadas à área acadêmica, em nosso caso, **AS QUESTÕES QUE ENVOLVEM A MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO**; nesse sentido, o projeto de monitoria busca enriquecer a sua formação como cidadão(ã), proporcionar a modalidade de monitoria como uma experiência interessante para o seu currículo e a sua vida profissional.

Caderno de Monitoria do Ensino Médio nº 1 - MONITOR/Almir Serpa. Edvaldo Braz. Evande Odete. 2025. Obra em 4 v. ISBN: 978-65-01-35791-1 (v. 1) 1. Caderno do Monitor. 2. Ensino Médio. 3. Matemática Básica.

Autores e Autoras

Todos os direitos reservados e protegidos pela Lei no 9.610, de 19/02/1998. Esta obra pode ser baixada, compartilhada e reproduzida desde que sejam atribuídos os devidos créditos de autoria. É proibida qualquer modificação ou distribuição com fins comerciais. O conteúdo do livro é de total responsabilidade de seus autores e autoras.

JUROS SIMPLES E COMPOSTOS

JUROS SIMPLES:

Para os cálculos dos juros simples, três fórmulas são importantes para simplificar os cálculos:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$M = C (1 + i \cdot t)$$

$$J = M - C$$

Onde: J = Juros t = Tempo

C = Capital M = Montante

i = Taxa de juros

Observação: quando realizarmos os cálculos, as unidades de tempo e taxa devem estar nas mesmas unidades.



Veja também!

Razões e proporções: https://www.youtube.com/watch?v=Kf_YzZ0Cnls

Juros Simples: <https://www.youtube.com/watch?v=aZcETuhXxPw>

Porcentagem: <https://www.youtube.com/watch?v=ZSg7J22y6lQ>

Juros compostos: <https://www.youtube.com/watch?v=X652ApXFTJA&t>

ATIVIDADES

1) (EBraz.PE) Uma quantia de R\$ 500,00 foi aplicada à taxa de juros simples de 3% ao mês. Qual o valor do montante após 5 meses?

Solução:

$$M = C (1 + i \cdot t)$$

$$M = 500 (1 + 0,03 \cdot 5) \quad [\text{A taxa de 3\% ao mês é representada por } 0,03, \text{ pois é a divisão de } 3/100]$$

$$M = 500 (1 + 0,15)$$

$$M = 575,00$$

Resposta: após 5 meses o montante será de R\$ 575,00

2) (EBraz.PE) Fabiana tomou um empréstimo de R\$ 10.000,00. Ao final de 3 meses foi pago um total de R\$ 13.000,00 ao credor. Quais foram os juros pagos e a taxa de juros simples pagos por Fabiana?

Solução:

$$J = C \cdot i \cdot t \qquad J = M - C$$

Calculemos primeiro o Juros: $J = M - C$

$$J = 13000 - 10000 = 3000$$

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$3000 = 10000 \cdot i \cdot 3$$

$$3000 = 30000 \cdot i \quad (\text{simplificando por } 1000) \quad \text{Daí: } i = 3 \div 30 = 0,1 = 10\% \rightarrow i = 10\%$$

Resposta: os juros foram de R\$ 3000,00 e a taxa foi de 10% ao mês.

3) (EBraz.PE) Uma quantia de R\$ 600,00 foi aplicada a uma taxa de juros simples de 10% ao ano. Ao final de 2 anos, qual foi o montante adquirido?

Solução:

$$M = C (1 + i . t)$$

$$M = 600 (1 + 0,1 . 2)$$

$$M = 600 + 120$$

$$M = 720$$

Resposta: o montante adquirido foi no valor de R\$ 720,00

4) (EBraz.PE) Rute investiu um certo capital que, aplicado à taxa de juros simples de 0,5% ao mês, rendeu R\$ 600,00 em um ano. Qual foi o investimento de Rute?

Solução:

Vamos entender que se “rendeu”, é juros, e 1 ano são 12 meses

$$J = C . i . t$$

$$600 = C . 0,005 . 12$$

$$600 = C . 0,06$$

$$C = 600 \div 0,06 = 10.000$$

Resposta: o capital investido por Rute, foi no valor de R\$ 10.000,00

5) (EBraz.PE) Um investidor resolveu aplicar o capital de R\$ 5000,00 à juros simples, esperando retirar depois de **180 dias** o montante de R\$ 5.300,00.

Solução 5

$$M = C (1 + i . t)$$

[Lembrete! 180 dias = 6 meses]

$$5300 = 5000 (1 + i . 6)$$

$$5300 = 5000 + 3000.i$$

[simplificando por 100]

$$53 - 50 = 300.i$$

$$3 = 300.i \text{ Daí: } i = 3 \div 300 = 0,01 = 1\%$$

$$i = 0,01 \text{ ou } 1\%$$

Resposta: a taxa aplicada foi de 1% ao mês.

JUROS COMPOSTOS:

6) (EBraz.PE) Paula tem um capital de R\$ 10.000,00 aplicado à taxa de juros compostos de 2% a.m, durante 3 meses. Qual foi o valor do resgate no final do período?

Solução:

[1º modo de resolução, não deve ser aplicado quando o período for muito longo]

Vamos calcular numa tabela o montante de juros sobre juros simples (juros compostos), aplicando a taxa de juros sobre o acumulado, no início de cada mês.

$$M = C (1 + i . t)$$

$$1^\circ \text{ mês } M = 10.000 (1 + 0,02 . 1) = 10.200$$

$$2^\circ \text{ mês } M = 10.200 (1 + 0,02 . 1) = 10.404$$

$$3^\circ \text{ mês } M = 10.404 (1 + 0,02 . 1) = 10.612,08$$

Resposta: o valor do resgate no final do período será R\$ 10.612,08

[2º modo de resolução, quando o período for muito pequeno ou grande, devemos aplicar a fórmula específica para os cálculos de juros compostos]

$$M = C \cdot (1 + i)^t$$

Onde: montante(M), produzido por um capital(C), aplicado à taxa(i), durante um determinado tempo(t).

$$M = C (1 + i)^t$$

$$M = 10000 (1 + 0,02)^3$$

$$M = 10000 (1,02)^3$$

$$M = 10000 (1,06)$$

$$M = 10.612,08$$

Resposta: o valor do resgate no final do período será R\$ 10.612,08

7) (EBraz.PE) Rony tirou um empréstimo de R\$ 80.000,00 para quitar ao final de 2 anos, a juros compostos de 10% ao ano. Qual será a dívida de Rony após anos?

Solução:

$$M = C (1 + i)^t$$

$$M = 80000 (1 + 0,1)^2$$

$$M = 80000 (1,1)^2$$

$$M = 80000 \cdot 1,21 = 96.800.$$

Resposta: a dívida de Rony será de R\$ 96.800,00

8) (EBraz.PE) Marta quer comprar uma TV no valor de R\$ 4000,00, usando o saldo da caderneta de poupança, que rende 1% ao mês. A loja tem duas opções de pagamento:

Pagar à vista por R\$ 4000,00 ou pagamento em duas prestações iguais de R\$ 2005,00 cada, a segunda parcela será paga com 30 dias. Então, qual seria a melhor opção de pagamento?

Solução:

Vamos analisar as duas propostas da loja!

Se ela pagar à vista, a TV no valor de R\$ 4.000,00, terá saldo zero na poupança! Porém se ela usar na primeira parcela R\$ 2.005,00, ficará um saldo de R\$ 1.995,00, na caderneta de poupança com juros de 1% teremos ao final de 30 dias (1 mês). Agora iremos aplicar a fórmula de juros compostos, para saber se ao final Marta terá um saldo para pagar a segunda parcela de R\$ 2.005,00

$$M = C (1 + i)^t$$

$$M = 1995 (1 + 0,01)^1$$

$$M = 1995 (1,01)^1$$

$$M = 1995 \cdot 1,01 \rightarrow M = 2014,95$$

Resposta: verificamos que é mais vantagem pagar em duas parcelas de R\$ 2005,00, pois ficará um saldo de R\$ 9,95 na caderneta de poupança.

9) (EBraz.PE) Qual deve ser o capital aplicado à juros compostos, a taxa de 12% ao ano, para obter um montante de R\$ 7.200,00 no período de 2 anos?

Solução:

$$M = C (1 + i)^t$$

$$7200 = C (1 + 0,12)^2$$

$$7200 = C (1,12)^2$$

$$7200 = C \cdot 1,2544$$

$$C = 7200 \div 1,25 = 5.760$$

Resposta: o capital será de R\$ 5.760,00

10) (EBraz.PE) Qual será os juros, no final de um semestre, para uma pessoa que investiu, a juros compostos, a quantia de R\$ 100.000,00 à taxa de 1% ao mês?

Solução:

$$M = C (1 + i)^t$$

$$M = 100000 (1 + 0,01)^6$$

$$M = 100000 (1,01)^6$$

$$M = 100000 \cdot 1,0615201506$$

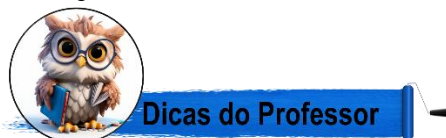
$$M = 106.152,01$$

$$J = M - C, \text{ onde: } J = 106.152,01 - 100.000 = 6.152,01$$

Resposta: no semestre os juros adquirido R\$ 6.152,01

LEIS DOS SENOS E COSSENOS

O objetivo principal da utilização da **Lei dos Senos** ou **Cossenos** é de descobrir as medidas dos lados de um triângulo e ainda, de seus ângulos.



Veja também!

Potenciação: <https://www.youtube.com/watch?v=EqSiqXyfaqA>

Proporcionalidade: https://www.youtube.com/results?search_query=proporcionalidade

Teorema de Pitágoras: <https://www.youtube.com/watch?v=EqSiqXyfaqA>

Lei do seno: <https://www.youtube.com/watch?v=9ngYXYmcZw8&t=688s>

Lei do cosseno: <https://www.youtube.com/watch?v=TUBEkA-IGPU>

Piano Cartesiano: https://www.youtube.com/results?search_query=plano+cartesiano

LEI DOS COSSENOS

A **Lei dos Cossenos** é aplicada quando precisamos encontrar a medida de **um lado** ou de **um ângulo** desconhecido de um triângulo qualquer, conhecendo suas outras medidas.



O teorema dos cossenos nos diz que: "Em qualquer triângulo, o quadrado de um dos lados corresponde à soma dos quadrados dos outros dois lados, menos o dobro do produto desses dois lados pelo cosseno do ângulo entre eles."

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot \cos \hat{A}$$

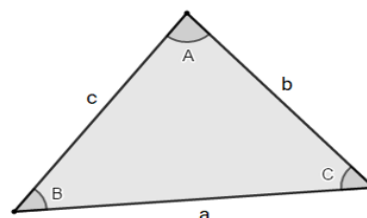
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cdot \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos \hat{C}$$

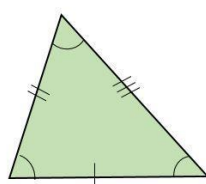
Lado "a" corresponde ao ângulo "Â"

Lado "b" corresponde ao ângulo "B"

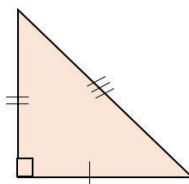
Lado "c" corresponde ao ângulo "C"



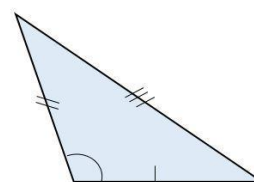
Tipo de Triângulo



Escaleno Acutângulo



Escaleno Retângulo



Escaleno Obtusângulo

Fonte: <https://maestrovirtuale.com/triangulo-escaleno-caracteristicas-formula-e-areas-calculo>. Acesso em: 23/02/2025

O **Triângulo Acutângulo** (seus ângulos internos são menores que 90°)

O **Triângulo Obtusângulo** (tem um de seus ângulos interno maior que 90°)

O **Triângulo Retângulo** (tem um de seus ângulos internos, igual a 90°).

No caso particular do **Triângulo Retângulo**, podemos encontrar um dos lados, de uma forma mais simples, aplicando o Teorema de Pitágoras, que é uma das Relações Métricas do Triângulo Retângulo.



Lembre-se

O Teorema de Pitágoras, é um caso particular da lei dos cossenos.

LEI DOS SENOS

A **Lei dos Senos** determina que em um triângulo qualquer, a relação do seno de um ângulo é sempre proporcional à medida do lado oposto a esse ângulo. Esse teorema demonstra que num mesmo triângulo a razão entre o valor de um lado e o seno de seu ângulo oposto será sempre **constante**.

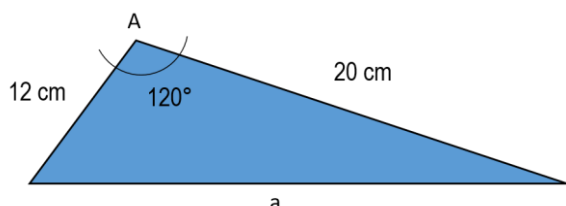
Utilizamos a Lei dos Senos nos triângulos acutângulos, onde seus ângulos internos são menores que 90°. Isto é, são ângulos agudos; ou nos triângulos obtusângulos, que tem um de seus ângulos interno maior que 90°. Isto é, são ângulos obtusos. Assim, para um triângulo ABC de lados a, b, c, a Lei dos Senos admite as seguintes relações:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

$$\frac{a}{\operatorname{sen}\hat{A}} = \frac{b}{\operatorname{sen}\hat{B}} \Rightarrow \frac{b}{\operatorname{sen}\hat{B}} = \frac{c}{\operatorname{sen}\hat{C}} \Rightarrow \frac{a}{\operatorname{sen}\hat{A}} = \frac{c}{\operatorname{sen}\hat{C}}$$

LEIS DOS SENOS E COSSENOS - ATIVIDADE

11) (EBraz.PE) Em um triângulo que seus lados medem: a, 20 e 12 (em centímetros) e os lados "b" e "c" formam entre si um ângulo \hat{A} que mede 120° . Calcule a medida do lado "a" do triângulo.



Vamos aplicar a lei dos cossenos, em \hat{A} : $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\hat{A}$

Solução:

$$\cos \hat{A} = \cos 120^\circ = -0,5$$

[ver tabela trigonométrica].

Agora substituir os valores na fórmula:

$$a^2 = 20^2 + 12^2 - 2 \cdot 20 \cdot 12 \cdot (-0,5)$$

$$a^2 = 400 + 144 + 240$$

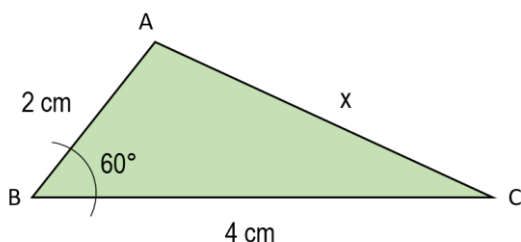
$$a^2 = 784$$

$$a^2 = 28^2$$

$$a = 28 \text{ cm}$$

O ângulo de 120° está no segundo quadrante tem cosseno (-) que não está na tabela. Então, faça $(180^\circ - 120^\circ = 60^\circ)$.

12) (EBraz.PE) No triângulo ABC de lados que medem 2 cm e 4 cm e formam entre si um ângulo C que mede 60° . Encontre a medida do lado x desse triângulo.



Vamos aplicar a lei dos cossenos, em C: $c^2 = b^2 + a^2 - 2 \cdot b \cdot a \cdot \cos C$

Solução:

$$\cos \hat{C} = \cos 60^\circ = 0,5 \text{ (ver tabela trigonométrica).}$$

Agora substituir os valores na fórmula:

$$c^2 = 2^2 + 4^2 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot (0,5)$$

$$c^2 = 4 + 16 - 8$$

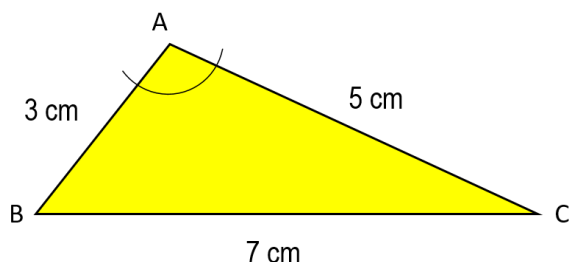
$$c^2 = 12$$

$$c^2 = 2^2 \cdot 3 \text{ [Extrair a raiz quadrada da equação]}$$

$$c = 2\sqrt{3} \text{ cm.}$$

$$\sqrt{c^2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3}$$

13) (EBraz.PE) No triângulo ABC abaixo, o lado $a = 7\text{cm}$, $b = 5\text{cm}$ e $c = 3\text{cm}$. Calcule o ângulo \hat{A} .



Vamos aplicar a **lei dos cossenos, em A**: $a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c. \cos\hat{A}$

Agora substituir os valores na fórmula!

Solução:

Temos as medidas dos lados, vamos calcular o $\cos\hat{A}$, em seguida buscar na tabela ângulo \hat{A} correspondente.

$$7^2 = 5^2 + 3^2 - 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot (\cos\hat{A})$$

$$49 = 25 + 9 - 30 \cdot (\cos\hat{A})$$

$$49 - 25 - 9 = -30 \cdot (\cos\hat{A})$$

$$15 = -30 \cdot (\cos\hat{A})$$

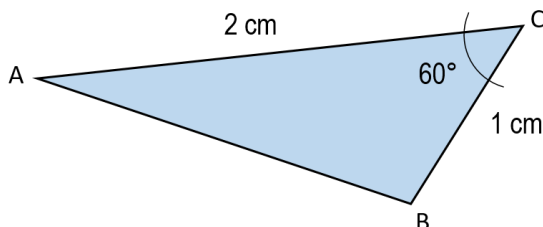
$$(\cos\hat{A}) = \frac{15}{-30} \Rightarrow (\cos\hat{A}) = \frac{1}{-2} \Rightarrow \cos\hat{A} = -0,5 \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ$$



Lembre-se

Na tabela não temos valores (-) negativos, então verifique (0,5) que corresponde a 60° , então fazemos ($180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$). Logo: $\hat{A} = 120^\circ$

14) (EBraz.PE) Num triângulo ABC o lado $a = 1\text{cm}$, $b = 2\text{cm}$. Calcule a medida do lado c , sabendo que o ângulo $C = 60^\circ$



Vamos aplicar a **lei dos cossenos, em C**: $c^2 = b^2 + a^2 - 2.b.a. \cos C$

$\cos \hat{C} = \cos 60^\circ = 0,5$ (ver tabela trigonométrica).

Solução:

Agora substituir os valores na fórmula:

$$c^2 = 2^2 + 1^2 - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot (0,5)$$

$$c^2 = 4 + 1 - 2. \text{ Logo: } c^2 = 3, \text{ então: } c = \sqrt{3} \text{ cm.}$$

15) (EBraz.PE) Num triângulo ABC o lado $a = \sqrt{2}$ cm, $b = 2$ cm e o ângulo $B=45^\circ$. Calcule o ângulo \hat{A} do triângulo.

Solução:

Vamos aplicar a **lei dos senos, em A:**

$$\frac{a}{\text{sen}\hat{A}} = \frac{b}{\text{sen}B} \quad \frac{\sqrt{2}}{\text{sen}\hat{A}} = \frac{b}{\text{sen}B}$$

$$\frac{1,4}{\text{sen}\hat{A}} = \frac{2}{0,7} \quad 2. \text{sen}\hat{A} = 1,4 \times 0,7 \quad \text{sen}\hat{A} = \frac{0,98}{2} = 0,49 \cong 0,5.$$

Então, se $\text{sen}\hat{A} = 0,5$ (Visitando a tabela trigonométrica). Logo o $\hat{A} = 30^\circ$

16) (EBraz.PE) Em um triângulo ABC o lado $a = 5$ cm, $b = 4,3$ cm e o ângulo $B = 60^\circ$. Encontre o $\cos\hat{A}$.

Solução:

Vamos aplicar a **lei dos senos, em A:**

$$\frac{a}{\text{sen}\hat{A}} = \frac{b}{\text{sen}B} \quad \frac{5}{\text{sen}\hat{A}} = \frac{4,3}{\text{sen}60^\circ}$$

$$\frac{5}{\text{sen}\hat{A}} = \frac{4,3}{0,86} \quad 4,3. \text{sen}\hat{A} = 5 \cdot 0,86 \quad \text{sen}\hat{A} = \frac{4,3}{4,3} = 1.$$

Então, se $\text{sen}\hat{A} = 1$. (Visitando a tabela trigonométrica).
Logo o $\cos\hat{A} = 0$.

17) (EBraz.PE) Em um triângulo ABC o lado $a = 2$ cm, $b = 4$ cm e o ângulo $\hat{A}=30^\circ$.
Encontre o ângulo $\text{sen} B$.

Solução:

Vamos aplicar a **lei dos senos, em B:**

$$\frac{a}{\text{sen}\hat{A}} = \frac{b}{\text{sen}B} \quad \frac{2}{\text{sen}30^\circ} = \frac{4}{\text{sen}B}$$

$$\frac{2}{0,5} = \frac{4}{\text{sen}B} \quad 2. \text{sen}B = 4 \cdot 0,5 \quad \text{sen}B = \frac{2}{2} = 1.$$

Então, **sen B = 1**

18) (EBraz.PE) Em um triângulo ABC o lado $a = 3$ cm, $c = 4$ cm. Calcule a medida do ângulo \hat{A} , sabendo que o ângulo $C = 90^\circ$

Solução:

Vamos aplicar a lei dos senos, em A:

$$\frac{a}{\text{sen}\hat{A}} = \frac{c}{\text{sen}C} \quad \frac{3}{\text{sen}\hat{A}} = \frac{4}{\text{sen}90^\circ}$$

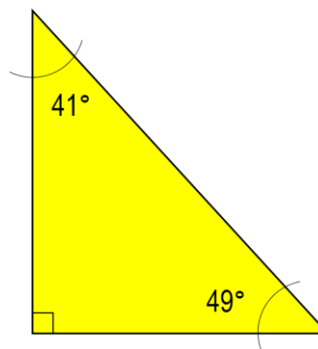
$$\frac{3}{\text{sen}\hat{A}} = \frac{4}{1} \quad 4 \times \text{sen}\hat{A} = 3 \times 1 \quad \text{sen}\hat{A} = \frac{3}{4} = 0,75$$

Então, se $\text{sen } \hat{A} = 0,75$
(Visitando a tabela trigonométrica).

Logo o ângulo $\hat{A} = 49^\circ$

Uma visão do Triângulo

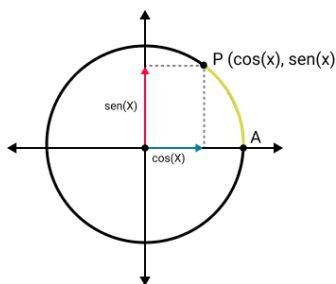
A soma dos ângulos internos de um Triângulo é 180°



FUNÇÕES SENO E COSSENO

As **funções trigonométricas senos e cossenos** são funções angulares obtidas através do auxílio do **círculo trigonométrico**.

Considerando um número real x qualquer e um ponto **P** do círculo trigonométrico, associamos esse ponto a um único valor para as funções trigonométricas seno e cosseno, e chamaremos de **sen(x)** e **cos(x)**.



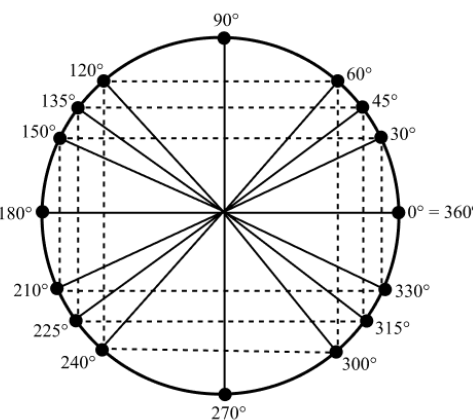
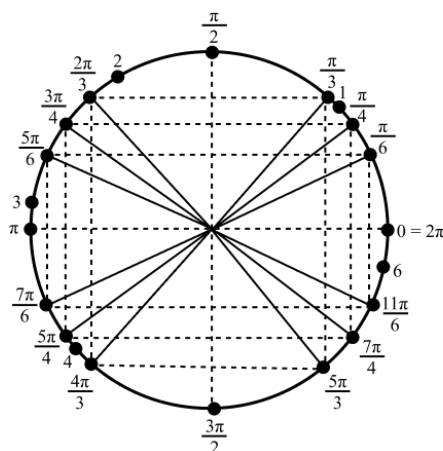
Esse ponto P mostrado acima pode ser qualquer um dos valores do círculo trigonométrico, em graus ou radiano.



Dicas do Professor

Veja também!

Relações trigonométricas no triângulo retângulo: https://www.youtube.com/watch?v=D-E_A04ReTE



FUNÇÃO SENO E SUAS REPRESENTAÇÕES

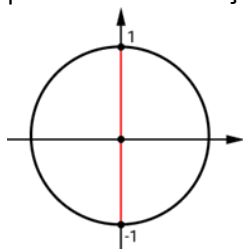
A função seno é uma função periódica que possui imagem dentro do intervalo $[-1, 1]$, isto é, $-1 \leq \text{sen}(x) \leq 1$, onde x é um *número real*.

Domínio

O domínio da função é o conjunto dos números reais, ou seja, $\text{sen}(x)$ é definido para qualquer x real, então o domínio de $f(x) = \text{sen}(x)$ é o conjunto \mathbb{R} . Daí, $D = \mathbb{R}$.

Imagem

A função $\text{sen}(x)$ assume o valor máximo igual a 1, isso ocorre quando o valor de x representa um arco com primeira determinação $\pi/2$. E o valor mínimo igual a -1, quando x representa um arco com primeira determinação $3\pi/2$.



Então, o conjunto imagem para a função $f(x) = \text{sen}(x)$ é o intervalo $[-1, 1]$, assim: $\text{Im} = [-1, 1]$

Arcos Notáveis

Os arcos notáveis são valores, em radianos, para os ângulos: 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° e 360° .

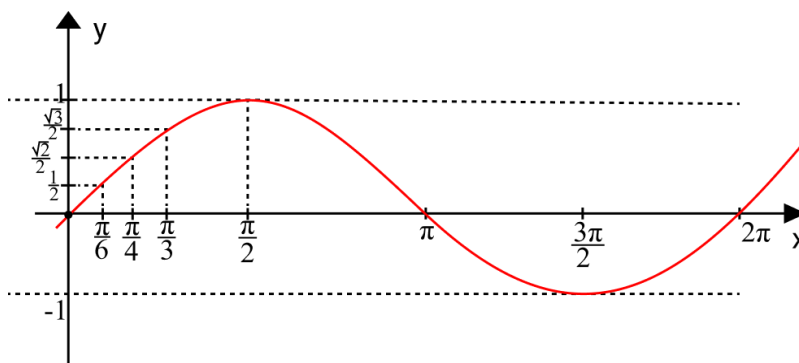
Então, assumindo que x seja um dos valores notáveis acima, temos a seguinte tabela com os valores em radianos para os ângulos em graus e o seno para o respectivo ângulo.

Arcos	Função
x	$\text{sen}(x)$
0	0
$\pi/6$	$1/2$
$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$
$\pi/3$	$\sqrt{3}/2$
$\pi/2$	1
π	0
$3\pi/2$	-1
2π	0

A partir dessa tabela podemos construir o gráfico da função seno.

GRÁFICO DA FUNÇÃO SENO

Vamos construir o gráfico da função colocando os valores notáveis no *plano cartesiano*. O comportamento da função seno é uma variação entre -1 e 1, por esse motivo o seno é chamada de função periódica.



Período

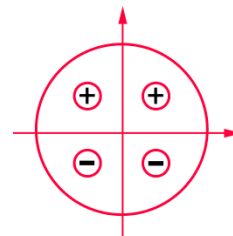
O período é a curva do gráfico no intervalo 0 a 2π , e é chamado de **senoide**. Então, o período do seno é 2π .

Paridade

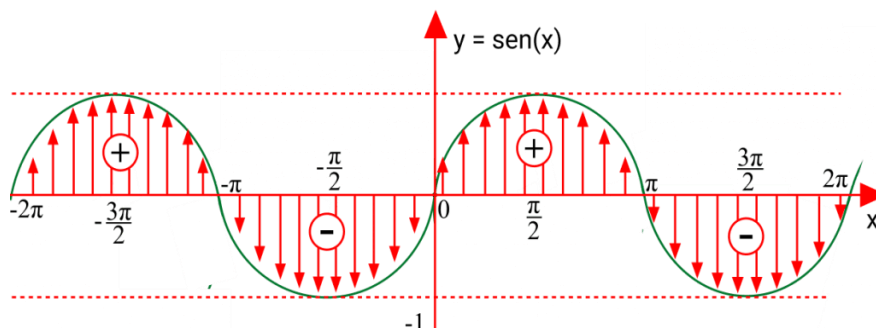
A paridade da função seno é dada por $\text{sen}(-x) = -\text{sen}(x)$. Assim, $f(x) = \text{sen}(x)$ é **ímpar**.

Sinal

No círculo trigonométrico a função tem sinal positivo nos quadrantes I e II e sinal negativo nos quadrantes III e IV considerando uma volta completa no ciclo.



Pelo gráfico podemos ver quando a função assume valores negativos, positivos e zero.



FUNÇÃO COSSENO E SUAS REPRESENTAÇÕES

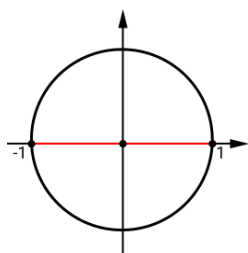
A **função cosseno** também é uma função periódica que possui imagem no intervalo $[-1, 1]$, isto é, para um x real $-1 \leq \cos(x) \leq 1$.

Domínio

O domínio da função cosseno é o conjunto dos números reais, isto é, $\cos(x)$ é definido para qualquer x real, então o domínio de $f(x) = \cos(x)$ é o conjunto \mathbf{R} . Assim: $\mathbf{D} = \mathbf{R}$

Imagem

A função $\cos(x)$ assume valor máximo igual a 1 , ocorre quando o valor de x representa um arco com primeira determinação 0 . E o valor mínimo igual a -1 , quando x representa um arco com primeira determinação π .



Assim, o conjunto imagem para $f(x) = \cos(x)$ é o intervalo $[-1, 1]$. Logo: $\text{Im} = [-1, 1]$

Arcos Notáveis

Os arcos notáveis são valores, em radianos, para os ângulos:
 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° e 360° .

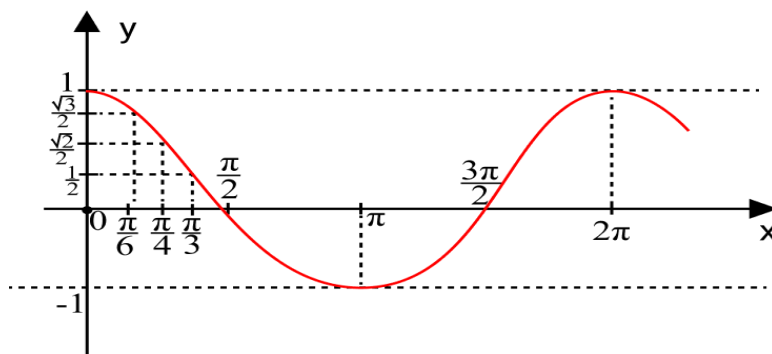
Então, assumindo que x seja um dos valores notáveis acima, temos a seguinte tabela com os valores em radianos para os ângulos em graus e o seno para o respectivo ângulo.

Arcos	Função
x	$\cos(x)$
0	1
$\pi/6$	$\sqrt{3}/2$
$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$
$\pi/3$	$1/2$
$\pi/2$	0
π	-1
$3\pi/2$	0
2π	1

Esses valores nos auxiliarão na construção do gráfico da função cosseno.

GRÁFICO DA FUNÇÃO COSSENO

Usando os valores dos arcos notáveis acima, vamos construir o gráfico da função no plano cartesiano. A função cosseno é uma variação entre -1 e 1. Também é uma função periódica.



Período

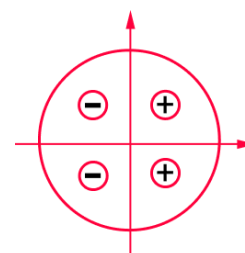
O período é a curva do gráfico no intervalo 0 a 2π , chamado de **cossenoide**. Então, o período da função é 2π .

Paridade

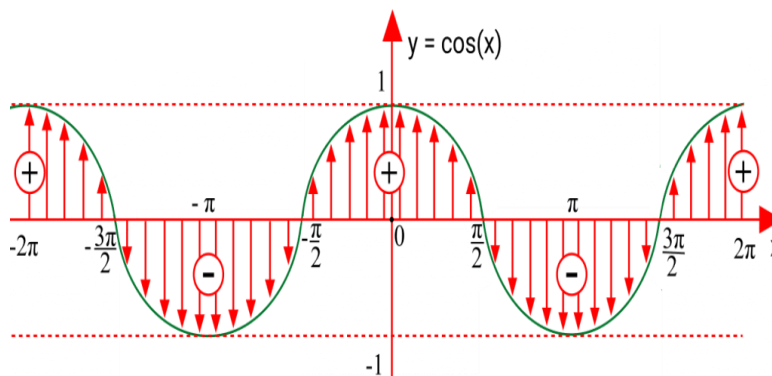
A paridade é dada por $\cos(-x) = \cos(x)$. Assim, $f(x) = \cos(x)$ é **par**.

Sinal

No círculo trigonométrico a função cosseno tem sinal positivo nos quadrantes **I** e **IV**, e negativo nos quadrantes **II** e **III**. Considerando uma volta completa no ciclo.



Pelo gráfico podemos ver quando a função cosseno assume valores negativos, positivos e zero.



FUNÇÃO SENO E COSSENO - ATIVIDADE

Determine o **período**, esboce o **gráfico** e determine as **imagens** para as funções a seguir:

- 19) $f(x) = 2 \operatorname{sen}(x)$
- 20) $f(x) = \cos(7x)$
- 21) $f(x) = -\cos(x)$
- 22) $f(x) = 1 - \cos(4x)$
- 23) $f(x) = 1 + \operatorname{sen}(-x)$
- 24) $f(x) = 3 + \operatorname{sen}(x)$

RESOLVENDO AS QUESTÕES 19 a 24: Passo a passo

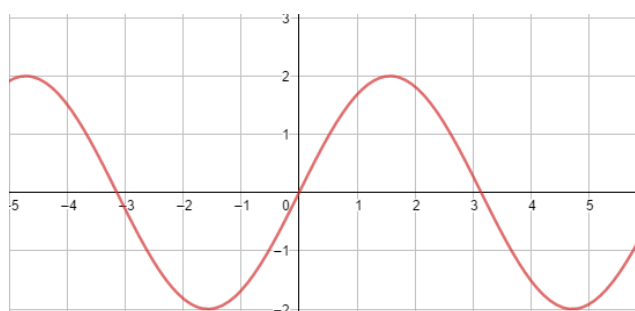
19) $f(x) = 2 \operatorname{sen}(x)$

Vamos encontrar o **período** da função seno que é dado pela fórmula: $p = 2\pi/|k|$

Onde **k** é o termo que acompanha o x. logo: $k = 1$ (que está oculto, é o coeficiente de x)

Então o período da função acima é: $p = 2\pi/1 = 2\pi$

Gráfico:



A **imagem** de $f(x) = 2 \operatorname{sen}(x)$ é encontrada aplicando os valores máximos e mínimos da função $\operatorname{sen}(x)$, que é -1 e 1.

Fazemos para $\operatorname{sen}(x) = -1$ e $\operatorname{sen}(x) = 1$.

$$f(-1) = 2 \cdot (-1) = -2$$

$$f(1) = 2 \cdot 1 = 2$$

O conjunto imagem é: **$\operatorname{Im} f(x) = [-2, 2]$**

20) $f(x) = \cos(7x)$

Vamos encontrar o **período** da função cosseno, que é dado pela fórmula: $p = 2\pi/|k|$

Onde **k** é o termo que acompanha o x. logo: $k = 7$ (é o coeficiente de x)

Então o período da função acima é: $p = 2\pi/7$.

Gráfico:



A **imagem** de $f(x) = \cos(7x)$, é encontrada aplicando os valores máximos e mínimos da função $\cos(x)$, que é -1 e 1.

Fazemos para $\cos(7x) = -1$ e $\cos(7x) = 1$.

$f(-1) = -1$

$f(1) = 1$

Logo, o conjunto imagem, é: **$\text{Im } f(x) = [-1, 1]$**

21) $f(x) = -\cos(x)$

Vamos encontrar o **período** da função cosseno, que é dado pela fórmula: $p = 2\pi/|k|$

Onde **k** é o termo que acompanha o x. logo: $k = 1$ (que está oculto, é o coeficiente de x)

Então o período da função acima é: $p = 2\pi/k = 2\pi/1 = 2\pi$

Gráfico:

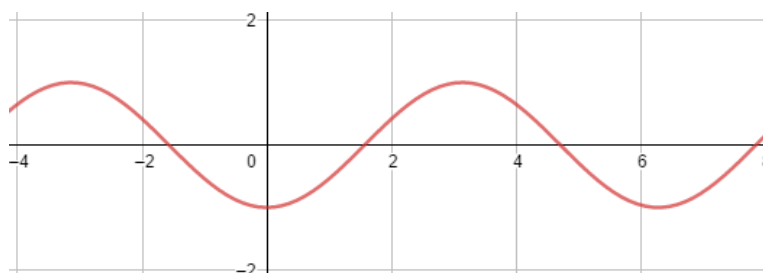


Imagem: $f(x) = -\cos(x)$

Aplicando os valores extremos da função cosseno, temos: $\cos(x) = -1$ e $\cos(x) = 1$.

$f(-1) = -(-1) = 1$

$f(1) = -1$

Portanto, **$\text{Im } f(x) = [-1, 1]$**

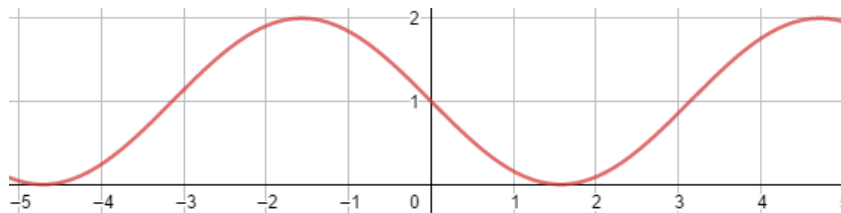
22) $f(x) = 1 - \cos(4x)$

Vamos encontrar o **período** da função cosseno, que é dado pela fórmula: $p = 2\pi/|k|$

Onde k é o termo que acompanha o x . logo: $k = 4$. (é o coeficiente de x)

Então o período da função acima é: $p = 2\pi/k = 2\pi/4 = \pi/2$

Gráfico:



A **imagem** de $f(x) = 1 - \cos(4x)$, é encontrada aplicando os valores máximos e mínimos da função cosseno, que é -1 e 1 .

Fazemos para $\cos(4x) = -1$ e $\cos(4x) = 1$, temos:

Imagem de f :

$$f(-1) = 1 - (-1) = 2$$

$$f(1) = 1 - 1 = 0$$

Portanto, a imagem de $f(x) = 1 - \cos(4x)$ é: **Im $f(x) = [0, 2]$**

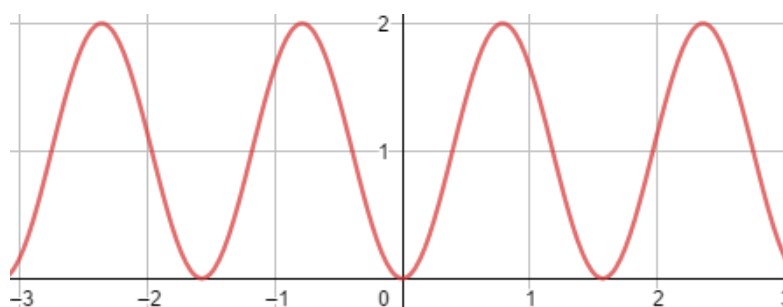
23) $f(x) = 1 + \sin(-x)$

Vamos encontrar o **período** da função seno que é dado pela fórmula: $p = 2\pi/|k|$

Onde k é o termo que acompanha o x . logo: $k = -1$ (é o coeficiente de x)

Então o período da função acima é: $p = 2\pi/k = 2\pi/(-1) = -2\pi$

Gráfico:



A **imagem** de $f(x) = 1 + \sin(-x)$, é encontrada aplicando os valores máximos e mínimos da função $\sin(x)$, que é -1 e 1 .

Fazemos para $\sin(x) = -1$ e $\sin(x) = 1$, temos:

Imagem de $f(x) = 1 + \sin(-x)$:

$$f(-1) = 1 - 1 = 0$$

$$f(1) = 1 + 1 = 2$$

Portanto, **Im $f(x) = [0, 2]$**

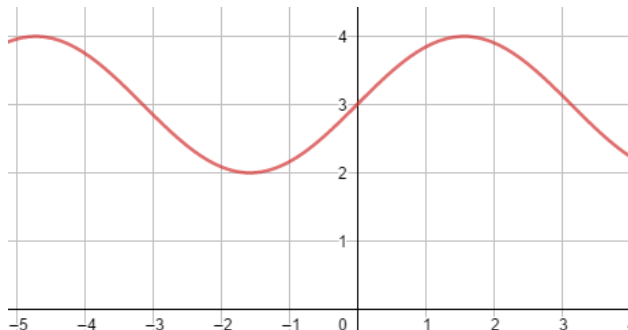
24) $f(x) = 3 + \text{sen}(x)$

Vamos encontrar o **período** da função seno que é dado pela fórmula: $p = 2\pi/|k|$

Onde **k** é o termo que acompanha o x. logo: $k = 1$ (que está oculto, é o coeficiente de x).

Então o período da função acima é: $p = 2\pi/1 = 2\pi$

Gráfico:



A **imagem** de $f(x) = 3 + \text{sen}(x)$, é encontrada atribuindo os valores máximos e mínimos da função $\text{sen}(x)$, que é -1 e 1.

Fazemos para $\text{sen}(x) = -1$ e $\text{sen}(x) = 1$, temos: $f(x) = 3 + \text{sen}(x)$

$$f(-1) = 3 + (-1) = 2$$

$$f(1) = 3 + 1 = 4$$

Portanto, a imagem de f é: $\text{Im} = [2, 4]$.

$$2. \text{sen}B = 4 \cdot 0,5 \quad \text{sen}B = \frac{2}{2} = 1.$$

Então, **sen B = 1**

DICAS TECNOLÓGICAS



Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=YGiQIFJ2WtU>

TRANSFORMAÇÕES ISOMÉTRICAS



Faça uma revisão nos seguintes conteúdos:

Identificar a medida do ângulo formado por duas semi-retas



https://youtu.be/EWtX1iU7_Ts

Determinar pontos de coordenadas no plano Cartesiano



<https://youtu.be/W0OUmsvxBhU>

ISOMETRIA

É quando as imagens apresentam formato e tamanho idênticos. As isometrias são compostas por três tipos de transformação: **reflexão, rotação e translação**.



Veja também!

Plano Cartesiano: https://www.youtube.com/results?search_query=plano+cartesiano

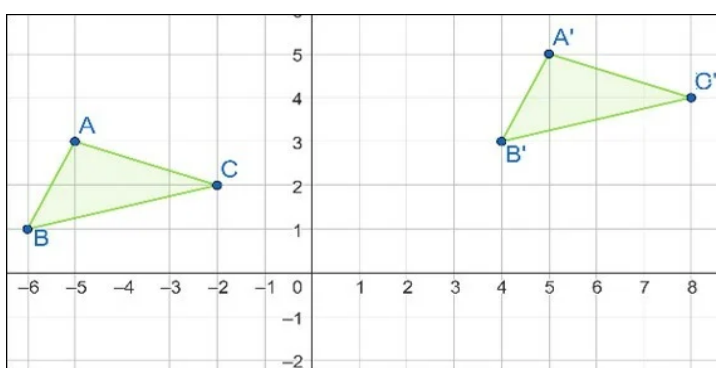
ISOMETRIA (**ISO** - igual, **METRIA** - medida) é uma transformação geométrica que transforma uma figura noutra figura geometricamente igual, ou seja, não altera o comprimento dos segmentos da figura nem a amplitude dos seus ângulos. Assim sendo, a única coisa que é alterada numa isometria é a posição da figura. Existem 4 tipos de isometrias: **as translações, as rotações, as reflexões**.

TRANSLAÇÃO

A **TRANSLAÇÃO** consiste em mover uma figura de um ponto a outro no plano, mantendo sua forma, orientação e tamanho.

EXEMPLO - Os dois triângulos da imagem abaixo são congruentes, ou seja, iguais. Podemos dizer que o triângulo ABC se moveu para a segunda posição, representada pelo triângulo A'B'C'.

Representação gráfica



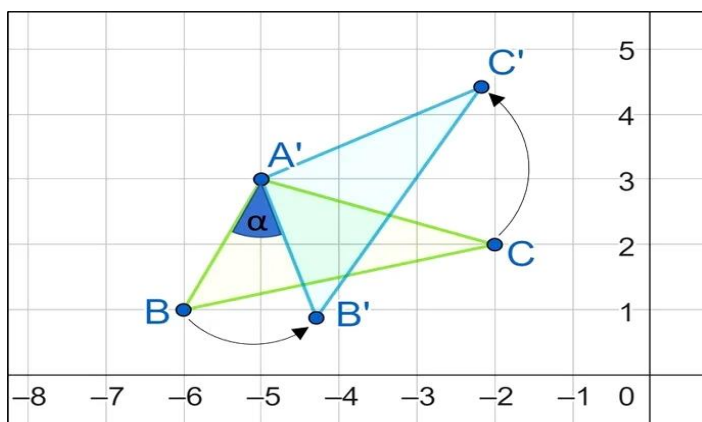
Saiba



ROTAÇÃO

A **ROTAÇÃO** de uma imagem consiste em girá-la em relação a um ponto no plano, chamado de centro de rotação. Para realizar a rotação de uma figura, devemos considerar a orientação do giro (sentido horário ou anti-horário), e a medida, em graus, do ângulo de rotação.

EXEMPLO - O triângulo ABC sofreu um giro no sentido anti-horário de um ângulo de rotação de 45° . O centro de rotação é o ponto A, que por isto, permanece fixo.



Saiba mais!



REFLEXÃO

A **REFLEXÃO** consiste em espelhar uma imagem em relação a uma reta, que pode ser horizontal, vertical ou inclinada. Esta reta é chamada de eixo de reflexão.



Lembre-se

Na reflexão, as coordenadas de cada ponto da figura original são invertidas em relação ao eixo de reflexão.

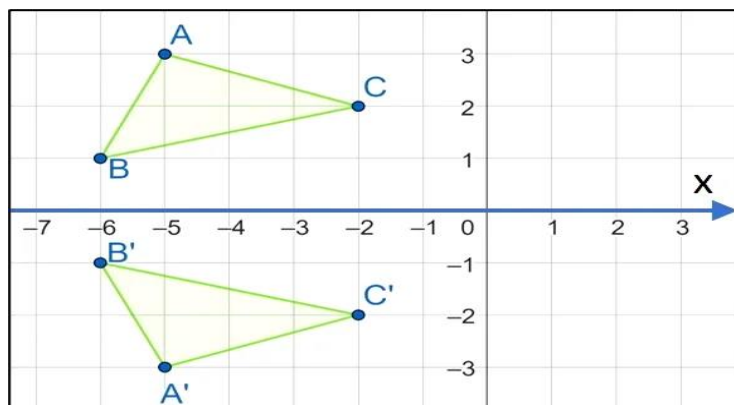
EXEMPLO - Na reflexão em relação ao eixo x abaixo, as coordenadas dos pontos A, B e C, passaram para A', B' e C', assim:

A (-5, 3) ► A' (-5, -3)

B (-6, 1) ► B' (-6, -1)

C (-2, 2) ► C' (-2, -2)

Em outros termos, cada ponto A, B e C, está a mesma distância do eixo x, de reflexão, que estão os pontos A', B' e C'



Saiba mais!



REVISÃO GERAL



Dicas do Professor

Fazer revisão dos seguintes assuntos:

- ✓ Identificar a medida de um ângulo formado por duas semirretas;
- ✓ Determinar dois pontos de coordenadas no plano cartesiano.



Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=MkRPPqMQIOs>



Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=MkRPPqMQIOs>



Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=PKLiRJUt08c>

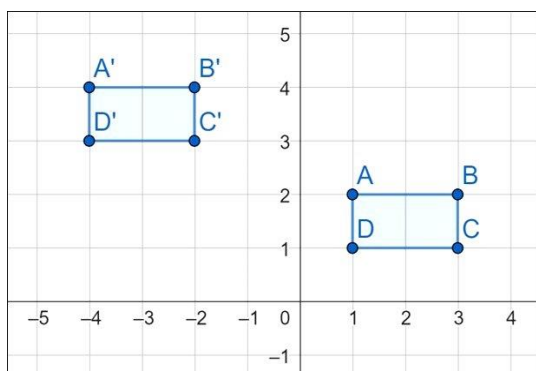


Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=rVZQqUNGpas&t=34s>



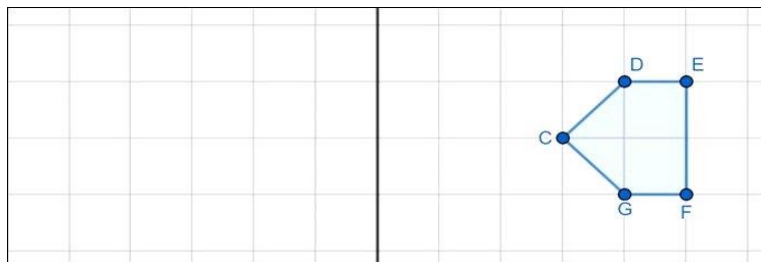
TRANSFORMAÇÕES ISOMÉTRICAS - ATIVIDADES

25) O quadrilátero ABCD a seguir, transladou quais medidas nas direções x e y, até a posição A'B'C'D'?

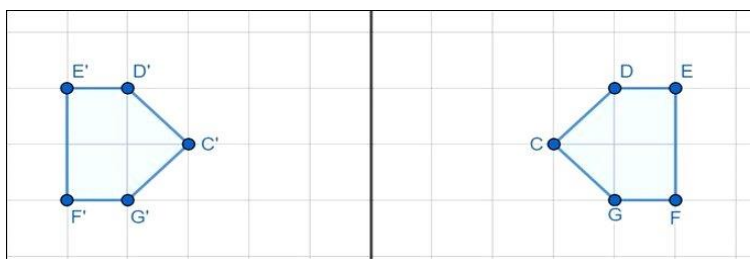


Para responder, tomamos um ponto qualquer do quadrilátero como referência, por exemplo, o ponto A. Na direção x, deslocou - 5 e, na direção y, deslocou 2.

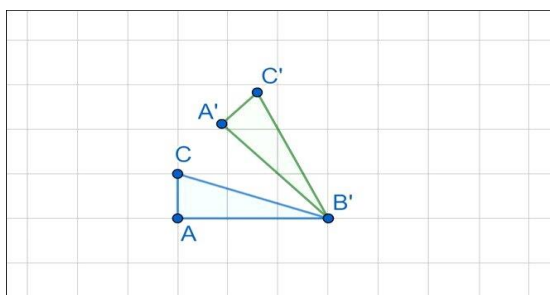
26) Faça um esboço da reflexão do pentágono em relação à reta vertical.



Para refletir o pentágono em relação a reta vertical, devemos inverter cada um dos pontos. Para isso, cada ponto ao lado esquerdo deve estar a mesma distância da reta. O ponto C do lado direito está a 3 unidades de distância, assim, o mesmo deve ocorrer do lado direito. Repetindo o procedimento para ou outros pontos, temos:



27) O triângulo retângulo a seguir sofreu uma rotação com centro de rotação no ponto B. Responda o sentido do giro e a medida do ângulo de rotação.



O triângulo ABC sofreu uma rotação em relação ao ponto B, no sentido horário, até a posição A'B'C'. Para determinar o ângulo de rotação, percebemos que o segmento A'B', divide o quadrado ao meio, ou seja, é uma bissetriz do ângulo reto de 90° e, o divide ao meio. Desta forma, o triângulo girou 45° no sentido horário.

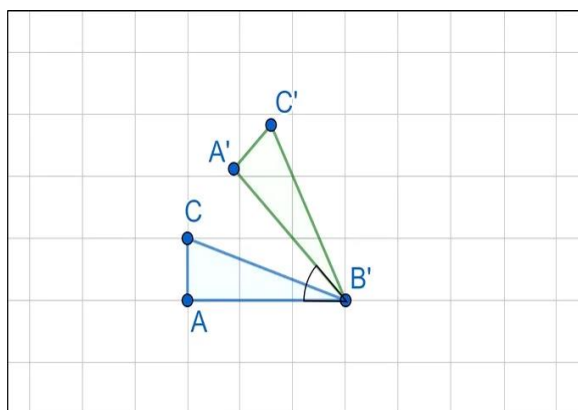
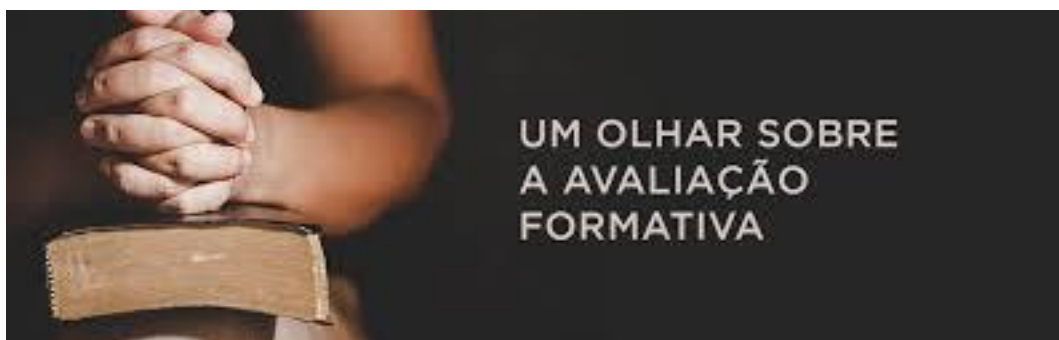


TABELA DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

θ	Sen θ	Cos θ	tg θ	θ	Sen θ	Cos θ	tg θ	θ	Sen θ	Cos θ	tg θ
1°	0,017	1	0,017	31°	0,515	0,857	0,601	51°	0,875	0,485	1,804
2°	0,035	0,999	0,035	32°	0,53	0,848	0,625	52°	0,883	0,469	1,881
3°	0,052	0,999	0,052	33°	0,545	0,839	0,649	53°	0,891	0,454	1,963
4°	0,07	0,998	0,07	34°	0,559	0,829	0,675	54°	0,899	0,438	2,05
5°	0,087	0,996	0,087	35°	0,574	0,819	0,7	55°	0,906	0,423	2,145
6°	0,105	0,995	0,105	36°	0,588	0,809	0,727	56°	0,914	0,407	2,246
7°	0,122	0,993	0,123	37°	0,602	0,799	0,754	57°	0,921	0,391	2,356
8°	0,139	0,99	0,141	38°	0,616	0,788	0,781	58°	0,927	0,375	2,475
9°	0,156	0,988	0,158	39°	0,629	0,777	0,81	59°	0,934	0,358	2,605
10°	0,174	0,985	0,176	40°	0,643	0,766	0,839	60°	0,94	0,342	2,747
11°	0,191	0,982	0,194	41°	0,656	0,755	0,869	71°	0,946	0,326	2,904
12°	0,208	0,978	0,213	42°	0,669	0,743	0,9	72°	0,951	0,309	3,078
13°	0,225	0,974	0,231	43°	0,682	0,731	0,933	73°	0,956	0,292	3,271
14°	0,249	0,97	0,249	44°	0,695	0,719	0,966	74°	0,961	0,276	3,487
15°	0,259	0,966	0,268	45°	0,707	0,707	1	75°	0,966	0,259	3,732
16°	0,276	0,961	0,287	46°	0,719	0,695	1,036	76°	0,97	0,242	4,011
17°	0,292	0,956	0,306	47°	0,731	0,682	1,072	77°	0,974	0,225	4,332
18°	0,309	0,951	0,325	48°	0,734	0,669	1,111	78°	0,978	0,208	4,705
19°	0,326	0,946	0,344	49°	0,755	0,656	1,15	79°	0,982	0,191	5,145
20°	0,342	0,94	0,364	50°	0,766	0,643	1,192	80°	0,985	0,174	5,671
21°	0,358	0,934	0,384	51°	0,777	0,629	1,235	81°	0,988	0,156	6,314
22°	0,375	0,927	0,404	52°	0,788	0,616	1,28	82°	0,99	0,139	7,115
23°	0,391	0,921	0,424	53°	0,799	0,602	1,327	83°	0,993	0,122	8,144
24°	0,407	0,914	0,445	54°	0,809	0,588	1,376	84°	0,995	0,105	9,514
25°	0,423	0,906	0,466	55°	0,819	0,574	1,428	85°	0,996	0,087	11,43
26°	0,438	0,899	0,488	56°	0,829	0,559	1,483	86°	0,998	0,07	14,3
27°	0,454	0,891	0,51	57°	0,839	0,545	1,54	87°	0,999	0,052	19,08
28°	0,469	0,883	0,532	58°	0,848	0,53	1,6	88°	0,999	0,035	28,63
29°	0,485	0,875	0,554	59°	0,857	0,515	1,664	89°	0,999	0,017	57,29
30°	0,5	0,866	0,577	60°	0,866	0,5	1,732	90°	1,000	0,000	-



Dicas do Professor



CONTEMPLANDO A MATRIZ DE AVALIAÇÃO FORMATIVA

Descritores de Matemática: D011- D027- D074 – D099

D011 - Utilizar as relações métricas do triângulo retângulo na resolução de problemas.

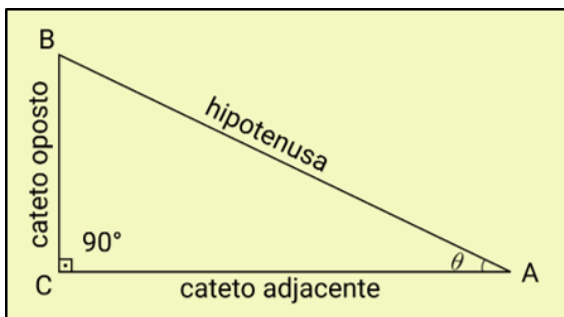


Dicas do Professor

RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

O triângulo retângulo será o foco do estudo desta semana. Exploraremos as relações entre as medidas lineares nesse contexto, fundamentadas no conceito de semelhança entre triângulos retângulos. Na figura a seguir, os diferentes elementos do triângulo estão claramente destacados para facilitar a compreensão de suas relações métricas.

A hipotenusa, representada pela letra a , é sempre o maior lado do triângulo retângulo. Ela sempre será o lado oposto ao ângulo de 90° . Os outros dois lados, representados pelas letras b e c , são conhecidos como catetos. Estes lados são perpendiculares 90° .



Considerando a altura relativa à hipotenusa, obtemos dois outros triângulos retângulos. Traçando a altura AD relativa à hipotenusa do triângulo retângulo ABC , temos, pelo 1º caso de semelhança (AA), $ABC \sim DBA \sim DAC$.

Elementos

- ✓ a : hipotenusa
- ✓ b e c : catetos
- ✓ h : altura
- ✓ m e n : projeções dos catetos sobre a hipotenusa

Teorema de Pitágoras

(2) + (3), temos: $a^2 = b^2 + c^2$

Relações métricas triângulo retângulo

Relação 1

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{h} \therefore a \cdot h = b \cdot c$$

Relação 2

Também de $\Delta ABC \sim \Delta HBA$:

$$\frac{c}{m} = \frac{a}{c} \therefore c^2 = a \cdot m$$

Relação 3

$$\frac{b}{n} = \frac{a}{b} \therefore b^2 = a \cdot n$$

Relação 4

$$\frac{h}{m} = \frac{m}{h} \therefore h^2 = m \cdot n$$

@profmarianacarneiro

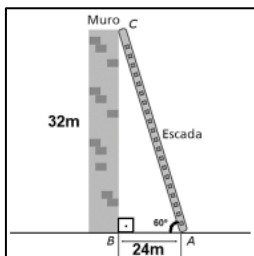
Fonte: <https://www.google.com/search?q=TRIÂNGULO+RETÂNGULO>.



Em todo triângulo retângulo a **“A hipotenusa ao quadrado é igual à soma dos quadrados dos catetos.**

APLICAÇÕES DAS RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

1) Deseja-se subir em um muro com 32 metros de altura. Para isso apoia-se uma escada, a 24 metros de distância desse muro, como pode ser observado na figura abaixo. Desse modo, a altura dessa escada, em metros, é de:



Solução:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 24^2 + 32^2$$

$$a^2 = 576 + 1.024$$

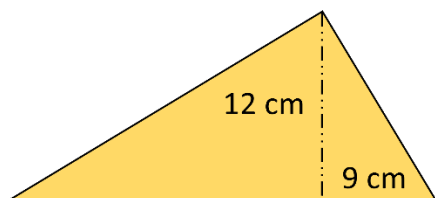
$$a^2 = 1.600$$

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{1.600}$$

Logo, **a = 40 m**

[não esquecer de extrair as raízes]

2) A medida da altura relativa à hipotenusa de um triângulo retângulo é 12 cm e uma das projeções mede 9 cm. Calcular a medida dos catetos desse triângulo.



Resolução:

Usando $h^2 = n.m$

Substituindo os valores, temos: $12^2 = 9.m$

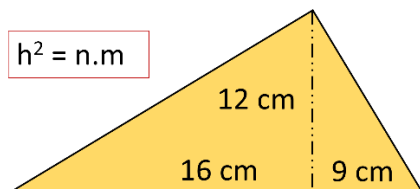
$$144 = 9m$$

$$144/9 = m$$

Logo, **m = 16 cm**

[não esquecer da operação inversa]

Em seguida, temos:



$$h^2 = n.m$$



Lembre-se

$$a = m + n$$

$$b^2 = a.m$$

$$c^2 = a.n$$

Solução 1:

Usando os dados da questão, temos: $a = 16 + 9$

Logo, **a = 25**

Para $b^2 = a.m$

Substituindo os valores, temos: $b^2 = (25) \cdot (16)$

$$b^2 = 400$$

[não esquecer de extrair as raízes]

$$\sqrt{b^2} = \sqrt{400}$$

Assim, **b = 20 cm**

Solução 2:

$$c^2 = a.n$$

$$c^2 = (25) \cdot (9)$$

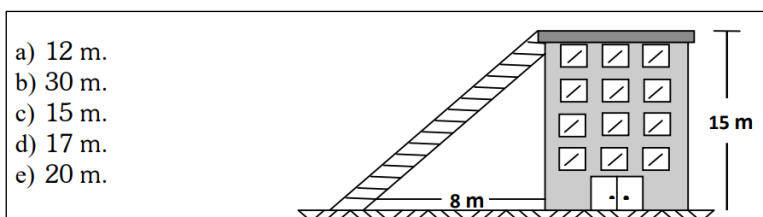
$$c^2 = 225$$

$$\sqrt{c^2} = \sqrt{225}$$

Então, **c = 15**

[não esquecer de extrair as raízes]

3) A figura mostra um edifício que tem 15 m de altura, com uma escada colocada a 8 m de sua base ligada ao topo do edifício. O comprimento dessa escada é de:



Resolução:

$$h^2 = (15)^2 + (8)^2$$

$$h^2 = 225 + 64$$

$$h^2 = 289$$

$$\sqrt{h^2} = \sqrt{289}$$

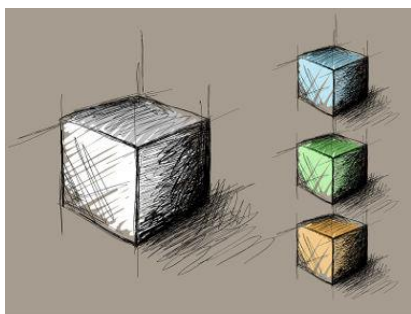
Logo, **h = 17 m**

[não esquecer da potenciação, tipo; $8 \times 8 = 64$]

[não esquecer de extrair as raízes]

D027 - Utilizar volume/capacidade de sólidos na resolução de problemas.

VOLUME DOS PRISMAS, PIRÂMIDES, CILINDROS, CONES E ESFERA



O volume do prisma é determinado pelo produto da área da base pela altura e representa a quantidade de espaço que esse sólido geométrico ocupa.

Os cubos são prismas, e os seus volumes são determinados pelo produto da área da base pela altura ou $V_c = a \cdot b \cdot c$, onde a, b e c são as arestas do cubo.

1) Qual é o volume de um **cubo** de aresta 14 cm?

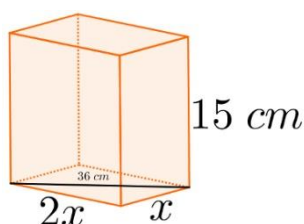
Resolução:

Para calcular o volume do cubo, basta multiplicar suas arestas, pois são iguais:

$$V_c = a \cdot a \cdot a = 14 \times 14 \times 14$$

Assim, o **volume** é determinado por 2.744 cm^3

2) Um **prisma** de base retangular possui a base com as seguintes medidas: largura igual ao dobro do comprimento e diagonal igual a 36 cm. Sabendo que a altura desse prisma é de 15 cm, calcule seu volume.





Lembre-se

Para descobrir a **área da base**, é necessário encontrar o valor de x para descobrir as dimensões dela. Como a base é um retângulo, podemos usar o **teorema de Pitágoras**.

Resolução:

$$36^2 = x^2 + 2x^2$$

$$36^2 = 3x^2$$

$$1296/3 = x^2$$

$$x^2 = 432 \quad \text{[não esquecer de extrair as raízes]}$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{432}$$

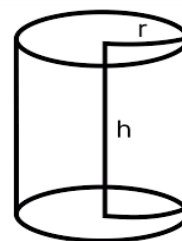
$$\text{Logo, } x \approx 21 \text{ cm}$$

As dimensões do retângulo, aproximadamente, são: $x = 21$ cm e $2x = 42$ cm. O volume aproximado é: $V = 21 \times 42 \times 15$

$$V = 13.230 \text{ cm}^3$$

VOLUME DO CILINDRO

O **volume do cilindro** é o tamanho da sua capacidade.



As bases também são **congruentes** (mesma medida) e possuem **raio** e o **diâmetro** é igual, ao dobro do raio ($d = 2 \cdot r$ ou $r = d/2$). Por isso, o volume é o resultado da multiplicação dessa base circular com a altura.

Como calcular o volume do cilindro?



Lembre-se

Todo cilindro apresenta base na forma circular de raio r e altura h . Por isso, o seu volume é a multiplicação entre a área da base e altura.

Essa área da base é a mesma da circunferência, já que a estrutura do cilindro também é circular. Ela é dada por: $A_b = \pi \cdot r^2$

Sendo:

π : número pi (aproximadamente **3,14**)

r : raio da base

Logo, o volume do cilindro é: $V = A_b \cdot h$ ou $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$



Lembre-se

Observação:

O volume é definido em metros cúbicos (m^3). A aplicação incorreta das unidades de medida compromete os cálculos.

1) Um tanque em forma cilíndrica apresenta raio de 4 metros e altura de 20 metros. Qual o seu volume?

Solução:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V = 3,14 \times 4^2 \times 20$$

[resolver primeiro a potenciação]

$$V = 3,14 \times 16 \times 20$$

$$V = \mathbf{1.004,8 \text{ m}^3}$$

2) Um reservatório em formato cilíndrico possui 7 metros de altura e raio da base igual a 3 metros. Determine o volume e a capacidade desse reservatório em litros.

Solução:

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ Como o enunciado da questão pede a capacidade em litros, precisamos transformar metros cúbicos em litros. Já que 1m^3 equivale a 1000l.

$$x = 197,82 \times 1000$$

$$x = \mathbf{19.7820 \text{ litros}}$$

$$V = 3,14 \times 3^2 \times 7$$

$$V = 3,14 \times 9 \times 7$$

$$V = \mathbf{197,82 \text{ m}^3}$$

3) Um cilindro cujo a área da base é 5 cm^2 e a altura 9 cm, qual é o volume?

Solução:

Substituindo a **fórmula da área da base**, teremos: $V = A_b \cdot h$

$$V = A_b \cdot h$$

$$V = 5 \times 9$$

$$V = \mathbf{45 \text{ cm}^3}$$

4) Supondo que um cilindro tenha volume igual a 9000 cm^3 e diâmetro com 30 cm, qual é o comprimento?

Solução:

Considerando $\pi = 3,14$, e que o diâmetro é o dobro da medida do raio temos:

$$d = 2r$$

$$30 = 2r$$

$$r = 30 \div 2 = 15$$

Substituindo na fórmula: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$$9000 = 3,14 \times 15^2 \times h$$

$$9000 = 3,14 \times 225 \times h$$

$$9000 = 706,5h$$

$$h = 9000 \div 706,5$$

$$\text{Logo, } h = \mathbf{12,74 \text{ cm}}$$

VOLUME DA PIRÂMIDE

Tipos de Pirâmides



Dicas do Professor

A classificação das pirâmides depende diretamente do tipo de base poligonal que a constitui.

Pirâmide triangular: é o tipo de pirâmide em que sua base é formada por um triângulo. Esse mesmo triângulo é também um tetraedro.

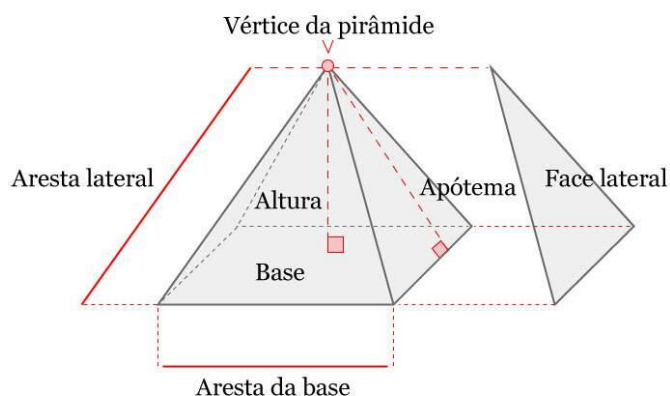
Pirâmide quadrangular: a sua base é formada por um paralelogramo.

Pirâmide pentagonal: é o tipo de figura geométrica em que sua base é um pentágono.

Pirâmide hexagonal: como dia o próprio nome, é uma pirâmide de base formada por um hexágono.

Pirâmide reta: nesse caso, a altura é perpendicular à sua base.

Pirâmide oblíqua: é o contrário da pirâmide reta.



Fonte: <https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/piramide>

ELEMENTOS FORMADORES DA PIRÂMIDE

As **pirâmides** são formadas pelos elementos listados a seguir:

- **Arestas:** as arestas estão localizadas nas laterais e bases da pirâmide
- **Faces laterais:** essas arestas laterais são responsáveis pela formação das faces triangulares da pirâmide;
- **Vértice:** é um ponto qualquer que não faz parte da base, definindo a altura e o formato da pirâmide;
- **Apótema:** é a altura da face (das laterais) da pirâmide.



Dicas do Professor

Como calcular o volume da pirâmide?

O volume da pirâmide é determinado por meio do produto da área de sua base pela sua altura e dividido por três:

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

V: volume da pirâmide.

A_b : área da base da pirâmide, de acordo com o polígono da base.

h: altura

1) Identifique o volume da **pirâmide** de base quadrada dadas as seguintes medidas: $h = 9$ cm

Solução:

$$A_b = 6^2$$

[**não esquecer da potenciação, tipo; $6 \times 6 = 36$**]

$$A_b = 36 \text{ cm}^2$$

O volume desse sólido geométrico será obtido por meio da fórmula a seguir:

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{36 \cdot 9}{3} = \frac{324}{3} = 108$$

Logo, o volume desta pirâmide é a **108 cm^3**

2) Determine o volume de uma pirâmide regular de base com formato hexagonal, considerando que sua altura equivale a 12 cm e que cada aresta da base mede 8 cm.



Lembre-se

Para encontrar o volume dessa pirâmide, precisamos calcular primeiro a área da base que é um hexágono regular de 8 cm de aresta.

Solução:

$$A_h = \frac{3L^2\sqrt{3}}{2}$$

A área do hexágono regular é obtida por:

$$A_b = 3 \cdot 8^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$A_b = 3 \cdot \frac{64\sqrt{3}}{2} = 3 \times 32\sqrt{3} = \mathbf{96\sqrt{3} \text{ cm}^2}$$

Agora, é possível aplicar a fórmula do volume:

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{1}{3} \times 96\sqrt{3} \times 12$$

$$V = \mathbf{384\sqrt{3} \text{ cm}^3}$$

3) Indique o volume de uma pirâmide regular com 9 m de altura e base com formato **quadrangular** com **perímetro** equivalente a 8m.



Lembre-se

Conceito de perímetro: é a soma de todos os lados de uma figura. Se o perímetro é igual a 8m, como se trata de um quadrado, dividimos por quatro! Daí cada lado mede 2 m. Assim, podemos encontrar a área da base:

$$A_b = 2^2$$

[**não esquecer da potenciação, tipo; $2 \times 2 = 4$**]

$$A_b = \mathbf{4 \text{ m}^2}$$

Solução:

Feito isso, basta substituir o valor na fórmula do volume da pirâmide. Desta maneira, tem-se:

$$V = \frac{1}{3} A_b \times h$$

$$V = \frac{1}{3} 4 \times 9$$

$$V = \frac{1}{3} \times 36$$

$$V = \frac{36}{3}$$

$$V = \mathbf{12 \text{ m}^3}$$

VOLUME DA ESFERA

A esfera é definida como "uma sequência de pontos alinhados em todos os sentidos a uma mesma distância de um centro comum". Essa figura também é um sólido geométrico, uma vez que, é formada a partir da revolução de uma semicircunferência sobre o seu próprio eixo.

No cálculo do volume da esfera é levando em consideração o raio e o número pi (π). O raio é o segmento de reta que vai do centro da figura até qualquer ponto da circunferência, já o número pi é uma constante numérica com valor aproximado de 3,14.

Como calcular o volume da Esfera?

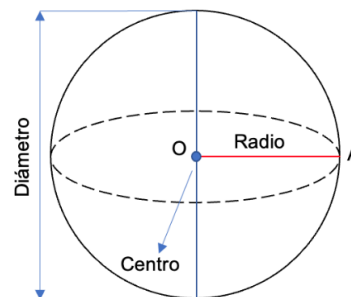
O volume da Esfera, é determinado por meio da fórmula:

$$V_e = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

V_e : volume da Esfera.

π : número pi (aproximadamente 3,14)

r: raio da esfera.



ATIVIDADES

1) Dada uma esfera qualquer com raio 5 cm, qual o seu volume?

Solução:

$$V_e = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

$$V_e = \frac{4 \times 3,14 \times 5^3}{3} \quad \therefore \quad V_e = \frac{12,56 \times 125}{3}$$

$$V_e = \frac{1570}{3}$$

$$V_e = 523,3\text{cm}^3$$

2) Uma esfera tem volume de 1.046,6 cm³. Se $\pi = 3,14$, então o raio dessa esfera mede aproximadamente:

Solução:

$$\text{Se } V = 1.046,6, \text{ então temos que: } 1.046,6 = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

$$1.046,6 = \frac{4 \times 3,14 \times r^3}{3} \quad \therefore \quad 1.046,6 = \frac{12,56 \times r^3}{3}$$

Logo:

$$1.046,6 \times 3 = 12,56 \times r^3$$

$$3.139,8 = 12,56 \times r^3$$

$$3.139,8/12,56 = r^3$$

$$r^3 \approx 249,98$$

[não esquecer de extrair as raízes cúbicas]

$$\sqrt[3]{r^3} = \sqrt[3]{249,98}$$

$$r \approx 6,29 \text{ cm}$$

VOLUME DO CONE

Para calcular o volume do cone, é necessário calcular a área do círculo que forma a sua base.

A fórmula é dada por:

$$A_{b(\text{cone})} = \pi \cdot r^2$$

Sendo:

π : número pi (aproximadamente 3,14)

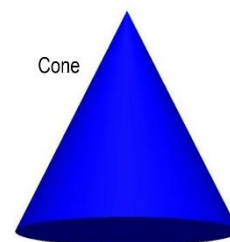
r: raio da base



Lembre-se

Depois precisa-se medir a altura do cone, já que ele é tridimensional. Para isso, multiplica-se a sua altura h, pela área da sua base em seguida multiplica-se por “um terço”:

$$V_{(\text{cone})} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$



O cálculo do volume do cone é feito através da multiplicação da área da base pelo valor da sua altura, e dividindo o resultado por três.

ATIVIDADES

1) Tem-se um reservatório de água que possui a forma de um cone de revolução com 8 metros de profundidade. Sabe-se que o diâmetro da sua base mede 4 metros. Determine a capacidade, em litros, desse reservatório. (Use $\pi = 3,14$)

De acordo com o enunciado do problema:

h = 8 m (profundidade)

d = 4m

r = d/2

r = 4/2

r = 2 m

Informar a capacidade é o mesmo que calcular o volume do reservatório. Portanto, a partir da utilização da fórmula do volume do cone, chega-se ao resultado:

Resolução:

$$V_{(\text{cone})} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{(\text{cone})} = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \times 2^2 \times (8) \quad \text{[primeiro a potenciação]}$$

$$V_{(\text{cone})} = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \times 4 \times (8)$$

$$V_{(\text{cone})} = \frac{1}{3} \cdot 12,56 \times (8)$$

$$V_{(\text{cone})} = \frac{1}{3} \cdot 100,48$$

$$V_{(\text{cone})} \approx \mathbf{33,49 \text{ m}^3}$$

Como o importante é saber a capacidade do reservatório em litros, deve-se lembrar da seguinte relação: **1 m³ = 1000 litros**

Sendo assim, a capacidade do reservatório será:

$$V = 33,49 \times 1000$$

$$\mathbf{V = 33490 \text{ litros}}$$

2) Uma piscina possui volume de aproximadamente 3.000 m^3 e diâmetro da base medindo 24 metros. Determine a altura desta piscina.

O valor do raio nesse exemplo é 12m, porque o raio é metade do diâmetro, veja:

$$D = 24 \text{ m}$$

$$r = d/2$$

$$r = 24/2$$

$$r = 12 \text{ m}$$

Agora que já se sabe o valor do raio, pode-se calcular o volume da piscina da seguinte maneira:

Resolução:

$$V_{(\text{cone})} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$3.000 = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \times 12^2 \times (h) \quad \text{[primeiro a potenciação]}$$

$$3.000 = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \times 144 \times (h)$$

$$3.000 \times 3 = 452,16 \times (h)$$

$$9.000 = 452,16 \times (h) \quad \text{[inverter a operação]}$$

$$h = 9.000/452,16$$

$$h = 19,9 \text{ m}$$

Logo, a altura da piscina é de aproximadamente **20 metros**.

D074 - Utilizar noções de probabilidade na resolução de problemas. PROBABILIDADE

Probabilidade é a chance de obter determinado resultado em um experimento. A probabilidade de ocorrer um determinado resultado num experimento aleatório é expressa através da razão:

$$P = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favoráveis}}{\text{n}^\circ \text{ total de possibilidades}}$$



Um **evento** é um conjunto específico de resultados e geralmente é representado por uma letra maiúscula. Considere o experimento de lançar um “**dado**” de 6 faces e observar a face superior.

Exemplos de eventos são:

A = Obter um número ímpar.

B = Obter um número par.

C = {1,2} (Obter o número 1 ou o número 2.)

D = {1, 2, 3, 4, 5, 6} (Obter um número de 1 a 6.)

E = {7} (Obter o número 7).



Dicas do Professor

Note que os eventos A, B, C e D são subconjuntos do espaço amostral (o evento D, inclusive, é igual ao espaço amostral). Assim, os eventos A, B e C são eventos possíveis e o evento D é um evento certo, pois com certeza a face obtida será um número de 1 a 6. Já o evento E é chamado de evento impossível, pois não podemos obter o número 7 ao lançar um dado de 6 faces.

ATIVIDADES

1) Uma urna contém 10 bolas coloridas idênticas em massa e tamanho. Há 5 bolas azuis, 2 bolas verdes, 2 bolas amarelas e 1 bola vermelha. Sorteando-se uma dessas bolas (ao acaso) qual é a probabilidade de a bola sorteada ser verde?

Solução:

Na urna, há 2 bolas verdes em 10, ou seja:

$$P(E) = 2/10$$

[simplifique a fração]

$$P(E) = 1/5$$

[dividindo 1/5 temos? 0,2]

$$P(E) = 0,2 \times 100$$

[é necessário descreve o resultado em porcentagem]

$$P(E) = 20\% \text{ de chances}$$

2) Uma moeda é lançada três vezes, sejam os eventos: ocorrem resultados iguais nos três lançamentos.

Solução:

$$P(E) = 1/2 \times 1/2 \times 1/2$$

$$P(E) = 1/8$$

[dividindo 1/8 temos? 0,125]

$$P(E) = 0,125 \times 100$$

[é necessário descreve o resultado em porcentagem]

$$P(E) = 12,5\%$$

3) (EBraz.PE) Em uma gaveta há, 100 bolas numeradas de 1 até 100. Qual é a probabilidade de ao acaso ser retirada uma das bolas que tenha um número PAR?

a) 63,31%

b) 60,18%

c) 56,52%

d) 50,00%

e) 43,27%

Solução:

Seja A o evento do número de bolas PARES. Assim, $n(A) = 50$. Como o número de bolas na gaveta numeradas de 1 até 100, tem-se que $n(\Omega) = 100$. Logo:

$$P(E) = 50/100$$

[simplifique a fração]

$$P(E) = 1/2$$

[dividindo 1/2 temos? 0,5]

$$P(E) = 0,5 \times 100$$

[é necessário descreve o resultado em porcentagem]

$$P(E) = 50\%$$

4) Em uma caixa, há 16 fichas numeradas de 1 a 16. Uma ficha será sorteada aleatoriamente. Qual a probabilidade de o número da ficha sorteada ser maior ou igual a 12?

Solução:

Seja A o evento de retirar uma ficha com um número maior ou igual a 12. Assim, $A = \{12, 13, 14, 15, 16\}$ e $n(A) = 5$. Ainda, $n(\Omega) = 16$, pois $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$.

Logo: $P(E) = 5/16$

5) Determine o número de anagramas existentes na palavra **FUNÇÃO**.

Solução:

Cada anagrama consiste na reorganização das letras que compõem uma palavra. No caso da palavra FUNÇÃO temos 6 letras que podem ter suas posições modificadas. Para encontrar o número de anagramas basta calcular a permutação, P_6 .

$$P_6 = P! = 6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$P_6 = 720$ anagramas.

6) Determine o número de anagramas existentes na palavra **FUNÇÃO** que iniciam com F e terminam com O.

Solução:

F — — — O

Deixando fixas as letras F e O na palavra função, estando no início e final, respectivamente, podemos permutar as 4 letras não fixas e, portanto, calcular P_4 :

$$P_4 = P! = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$P_4 = 24$ anagramas.

Sendo assim, existem 24 anagramas da palavra FUNÇÃO iniciados com F e terminados em O.

7) Determine o número de anagramas existentes na palavra **FUNÇÃO** desde que as vogais A e O apareçam juntas nessa ordem (ÃO).

Solução:

Se as letras A e O devem aparecer sempre juntas como ão, então devemos entender como se fosse uma só letra: F U N Ç ão; assim, temos que calcular P_5 :

$$P_5 = P! = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$P_5 = 120$ anagramas. Desta forma, existem 120 possibilidades de escrever a palavra com ão.

D099 - Resolver problemas envolvendo noções de análise combinatória.

ANÁLISE COMBINATÓRIA



ATIVIDADES

1) Quantas senhas com 4 algarismos diferentes podemos escrever com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, e 9?

a) 1 498 senhas

b) 2 378 senhas

c) 3 024 senhas

d) 4 256 senhas

e) 3 402 senhas.



Esse exercício pode ser feito de duas maneiras princípio fundamental da contagem ou arranjo simples.

Solução:

1ª maneira:

Usando o princípio fundamental da contagem.

Como o exercício indica que não ocorrerá repetição nos algarismos que irão compor a senha, então teremos a seguinte situação:

Veja que a senha tem 4 números: ___ ___ ___ ___ **Então:**

- a) O primeiro número da senha será um dos 9 algarismos
- b) O segundo número da senha será um dos 8 algarismos restantes, pois a primeira casa já está ocupada.
- c) O terceiro número da senha será um dos 7 algarismos restantes, pois a primeira e a segunda casa já estão ocupadas.
- d) O quarto número da senha será um dos 6 algarismos restantes, pois a primeira, a segunda e a terceira casa já estão ocupadas.

Assim, o número de senhas será dado por: $9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3.024$ senhas

2ª maneira:

Usando a fórmula

Para identificar qual fórmula usar, devemos perceber que a ordem dos algarismos é importante. Por exemplo 1234 é diferente de 4321, assim iremos usar a fórmula de arranjo. Então, temos 9 elementos para serem agrupados de 4 a 4. Desta maneira, o cálculo será:

Solução:

$$A_{9,4} = 9!/(9 - 4)! \quad [\text{o fatorial de } 9! \text{ é } 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5! \text{ e } (9 - 4)! = 5!]$$

$$A_{9,4} = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5! / 5! \quad [\text{simplifique os fatoriais}]$$

$$A_{9,4} = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \quad [\text{basta multiplicar}]$$

$$A_{9,4} = 3.024 \text{ senhas}$$

2) Um técnico de um time de voleibol possui a sua disposição 15 jogadores que podem jogar em qualquer posição. De quantas maneiras ele poderá escalar seu time de 6 jogadores?

- a) 4.450 maneiras
- b) 5.210 maneiras
- c) 4.500 maneiras
- d) **5.005 maneiras**
- e) 5.050 maneiras.

Solução:

Nesta situação, devemos perceber que a ordem dos jogadores não faz diferença. Assim, usaremos a fórmula de combinação. Como uma equipe de voleibol compete com 6 jogadores, iremos combinar 6 elementos tirados de um conjunto de 15 elementos.

$$C_{15,6} = 15! / 6!(15 - 6)! \quad [\text{o fatorial de } 15! \text{ é } 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9! \text{ e } (15 - 6)! = 9!]$$

$$C_{15,6} = 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9! / 6! \cdot 9! \quad [\text{simplifique os fatoriais}]$$

$$C_{15,6} = 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 / 6! \quad [\text{o fatorial de } 6! \text{ é } 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1]$$

$$C_{15,6} = 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 / 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$C_{15,6} = 5.005 \text{ maneiras}$$

Nesta situação, devemos perceber que a ordem dos jogadores não faz diferença. Assim, usaremos a fórmula de combinação.

7) Quantas comissões de 4 elementos podemos formar com 20 alunos de uma turma?

- a) 4.845 comissões b) 2.345 comissões c) 3.485 comissões
d) 4.325 comissões e) 4.485 comissões.

Solução:

Veja que como para uma comissão a ordem não faz diferença, usaremos a fórmula de combinação para calcular:

$$C_{20,4} = \frac{20!}{4!(20 - 4)!} \quad [\text{o fatorial de } 20! \text{ é } 20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16! \text{ e } (20 - 4)! = 16!]$$

$$C_{20,4} = \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16!}{4! \cdot 16!} \quad [\text{simplifique os fatoriais}]$$

$$C_{20,4} = \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17}{4!} \quad [\text{o fatorial de } 4! \text{ é } 4 \times 3 \times 2 \times 1]$$

$$C_{20,4} = \frac{120 \times 19 \times 18 \times 17}{24}$$

$$C_{20,4} = 4.845 \text{ comissões, portanto letra E.}$$

Referências:

Organizador Curricular de matemática _Novo Ensino Médio/Estado de Pernambuco
Secretaria da Educação Básica e Profissional do Ensino Médio/Gov. do Estado do Espírito Santo
<https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica>
<https://www.todamateria.com.br>
<https://www.youtube.com/educape>
<https://multirio.rio.rj.gov.br/materialrioeduca>

Construindo a Recomposição da Aprendizagem!

CALCULANDO PORCENTAGEM NO DIA A DIA



Se eu for comprar a bicicleta que está em promoção, quanto irei pagar?



A vista
15% de
desconto.

Primeiro, é preciso saber que “por cento é fração de denominador **100**”. Logo, dizer que o desconto é de 15 por cento é o mesmo que dizer que o desconto é $\frac{15}{100}$ do preço.

Agora, é só calcular o desconto, lembrando que

$$15\% = \frac{15}{100} = 0,15.$$

Fazendo os cálculos: $0,15 \times 180 = 27$.

Ao comprar a bicicleta, ela pagará

R\$ 180,00 – R\$ 27,00 ou seja, **R\$ 153,00**.

JUROS SIMPLES E JUROS COMPOSTOS

Denominamos juro (J) a toda compensação em dinheiro paga ou recebida, pela quantia em dinheiro que se empresta, ou que se pede emprestado, em um determinado período de tempo (t). Em outras palavras, juro é o valor do dinheiro que rende no decorrer do tempo.

Palavras importantes e seus significados:

- O dinheiro que se pede emprestado ou que se empresta: capital (C).
- A taxa de porcentagem que se paga pelo “aluguel” do dinheiro: taxa de juro (i).
- O total que se paga no fim do empréstimo (capital + juro): montante (M).

Exemplo:

Calcule os juros produzidos por um empréstimo de R\$ 1.000,00 por 2 meses com uma taxa de juros simples de 3% ao mês.

Resolução:

$$\begin{aligned} \text{Juros} = J &= ? & J &= \frac{C \cdot i \cdot t}{100} \\ \text{tempo} = t &= 2 \text{ meses} & J &= \frac{1000 \cdot 2 \cdot 3}{100} \\ \text{Capital} = C &= 1.000 & J &= \frac{6000}{100} \rightarrow J = 60 \\ \text{taxa de juros} = i &= 3\% \text{ ao mês} \end{aligned}$$

Com isso, os juros são de R\$ 60,00.



Porcentagem e Juros são assuntos importantes para compreendermos o mundo que nos cerca. Diariamente nos deparamos com descontos, lucros, prejuízos, promoções, taxas e valores percentuais a todo o momento. Por exemplo, nas aplicações ou poupança, os juros equivalem ao rendimento recebido pelo tempo de aplicação.

ATENÇÃO

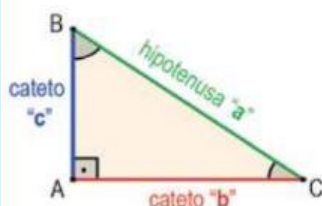
Fórmulas de Juros Simples

$$J = \frac{C \cdot i \cdot t}{100}$$

$$M = C + J$$

TEOREMA DE PITÁGORAS:

“O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos”



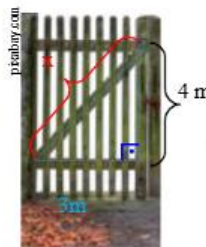
$$a^2 = b^2 + c^2$$

Conseguo aplicar o Teorema de Pitágoras no meu cotidiano?



Um portão retangular precisa de uma nova ripa de madeira para sua sustentação. Na figura, estão registradas suas medidas em metros. A medida da ripa a ser trocada está indicada por x. Qual é a medida x da ripa a ser trocada?

Solução:



$$x^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow$$

$$x^2 = 9 + 16 \Rightarrow$$

$$x^2 = 25 \Rightarrow x = \sqrt{25} \Rightarrow$$

$$x = 5 \text{ m}$$

Secretaria
de Educação



GOVERNO DE
**PER
NAM
BU**CO
ESTADO DE MUDANÇA

PERNAMBUCO