ITINERÁRIO FORMATIVO | 2025

ENSINO MÉDIO REGULAR NOTURNO

3º Ano | 2º Trimestre

Matemática e suas Tecnologias

Secretaria de Educação

GOVERNO DE PERNAMBUCO
ESTADO DE MUDANÇA

Secretaria Executiva do
Ensino Médio e Profissional

Secretaria de Educação

GOVERNO DE PERNAMBUCO
ESTADO DE MUDANÇA

Secretário Executivo do Ensino Médio e Profissional
Paulo Fernando de Vasconcelos Dutra

Equipe de Elaboração
Regina Celi de Melo André

Equipe de coordenação

Ana Laudemira de Lourdes de Farias Lages Alencar Reis
Gerente Geral de Políticas Educacionais do Ensino Médio (GGPEM/SEDE)

Reginaldo Araújo de Lima
Superintendente de Ensino (GGPEM/SEMP)

Rômulo Guedes e Silva
Gestor de Formação e Currículo (GGPEM/SEMP)

Andreza Shirlene Figueiredo de Souza
Chefe da Unidade de Currículo (GGPEM/SEMP)

Revisão

Ana Caroline Borba Filgueira Pacheco
Andreza Shirlene Figueiredo de Souza

Para início de conversa

Olá estudante,

Este caderno foi escrito especialmente para você, estudante do Ensino Médio Noturno, que tem uma dinâmica diferente em seu cotidiano. Aqui você encontrará um aprofundamento na área de Matemática de maneira diversa do Ensino Médio Diurno, que deverá ser utilizado neste segundo trimestre, com atividades e formas de discussão dos objetos de conhecimento de maneira mais próxima, mediadas por este material. Dúvidas podem ser tiradas com seus professores, sejam eles os tutores ou não.

Assim, este material, tem o objetivo de aprofundar conhecimentos que você já estudou ou está estudando na Formação Geral Básica (FGB) do nosso currículo de **Matemática** conforme indicado no item **Objetos de Conhecimento**. Dessa forma, este caderno propõe enfatizar o estudo da linguagem matemática, indicando suas peculiaridades, seus códigos bem definidos e suas representações os quais influenciam na realidade, auxiliando na interpretação, leitura e inferência para a solução de problemas em diversos contextos. Os aprendizados e as práticas vivenciadas na Formação Geral Básica, serão aprofundados como instrumentos à ciência, à comunicação, à cultura e à tecnologia.

Vamos iniciar nossos estudos para trilhar os caminhos do conhecimento, aumentando nossa bagagem intelectual! O professor irá orientar seus estudos durante todo o trimestre, contribuindo para um excelente desempenho no seu processo de aprendizagem.

Objetos do Conhecimento que serão aprofundados:

- Ângulos e Áreas: Projeções.
- Volume dos Prismas, Pirâmides, Cilindros, Cones e Esferas. Princípio de Cavalieri.
- Diagramas, Tabelas e Gráficos de pesquisas estatísticas.
- Riscos Probabilísticos.

Conceitos Fundamentais 1

- **Ângulo e Áreas: Projeções**

Quando estudamos geometria, muitas vezes nos deparamos com a necessidade de observar uma figura a partir de um determinado ponto de vista. Esse processo recebe o nome de projeção. Projetar significa “lançar” uma figura sobre um plano, transformando sua representação em algo mais simples de analisar, mas que mantém relações importantes com a forma original.

- **Ângulos e Projeções**

Imagine uma árvore iluminada pelo Sol. A sombra da árvore é uma projeção sobre o chão. O comprimento da sombra depende do ângulo de inclinação dos raios solares. Quanto menor for o ângulo em relação ao solo, maior será a sombra; quanto mais vertical a luz, menor será a projeção.

Esse mesmo raciocínio é usado em construções arquitetônicas, no cinema (projetores de imagem), e até em cálculos astronômicos. O estudo dos ângulos de projeção permite prever como objetos tridimensionais se comportam quando representados em superfícies planas.

- **Áreas e Projeções**

As projeções não afetam apenas os comprimentos, mas também as áreas. Por exemplo, considere um retângulo de área A = b . l .
Se o retângulo for inclinado e projetado sobre o chão, a sua área projetada será menor, pois dependerá do cosseno do ângulo de inclinação.

De modo geral, quando projetamos uma figura plana sobre outra superfície, a área da projeção é igual à área original multiplicada pelo cosseno do ângulo entre a superfície da figura e o plano da projeção.

Exemplo prático

Um painel solar tem área de $\mathbf{2\ m^2}$ (dois metros quadrados). Se ele estiver perfeitamente de frente para os raios solares, toda a área recebe luz. Porém, se estiver inclinado formando um ângulo de 60º com os raios do Sol, a área efetivamente iluminada será:

A projetada = A **.** cos 60º = 2 . 0,5 = $\mathbf{1m^2}$

Isso mostra que, para captar mais energia, é necessário ajustar a inclinação do painel em função do ângulo do Sol.

Por que é importante estudar esses conceitos?

Em arquitetura e engenharia, o estudo de projeções permite calcular áreas de janelas, telhados e paredes expostas à luz.

Já em geografia e astronomia, ajuda a compreender a variação da insolação ao longo do dia e das estações do ano.

Em arte e design, permite representar corretamente objetos tridimensionais em desenhos planos.

Desse modo, os conceitos de ângulos, áreas e projeções não ficam limitados ao papel, mas são muito importantes para compreender e atuar no mundo real.

Conceitos Fundamentais 2

Volume dos Prismas, Pirâmides, Cilindros, Cones e Esferas - Princípio de Cavalieri.

O volume de um sólido geométrico é a medida do espaço que ele ocupa no espaço tridimensional. Para cada tipo de sólido, existe uma fórmula específica que relaciona a área da base, a altura e, em alguns casos, o raio. Mas para compreender porquê essas fórmulas funcionam, precisamos conhecer o Princípio de Cavalieri.

- **O Princípio de Cavalieri**

Bonaventura Cavalieri (1598–1647) foi um matemático italiano que formulou um importante princípio:

Se dois sólidos têm a mesma altura e, em qualquer plano paralelo às suas bases, as seções obtidas têm áreas iguais, então esses sólidos possuem o mesmo volume.

Esse princípio é uma forma de “comparar” volumes sem precisar desmontar ou transformar os sólidos, funcionando como um fundamento para as fórmulas que usamos até hoje.

- **Prismas e Cilindros**

Prisma: sólido limitado por duas bases poligonais congruentes e paralelas, ligadas por faces laterais planas.

Cilindro: sólido com duas bases circulares paralelas, ligadas por uma superfície curva.

Fórmula do volume:

$$V = A_b . H$$

Isso significa que o volume de um prisma ou de um cilindro é calculado multiplicando-se a área da base pela altura.

- **Pirâmides e Cones**

Pirâmide: sólido que possui uma base poligonal e faces laterais que se encontram em um vértice.

Cone: sólido com base circular e superfície lateral curva que converge para um vértice.

Fórmula do volume:

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

Pelo Princípio de Cavalieri, pode-se demonstrar que o volume de uma pirâmide ou cone é um terço do volume de um prisma ou cilindro de mesma base e altura.

- **Esfera**

A esfera é o conjunto de todos os pontos do espaço que estão a uma distância fixa de um ponto chamado centro.

Fórmula do volume:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Essa fórmula pode ser compreendida com base no Princípio de Cavalieri, comparando a esfera a um cilindro e a um cone. Arquimedes já havia feito esse estudo, mostrando que o volume da esfera é 2/3 do volume do cilindro que a contém.

Para concluir…

O cálculo de volumes mostra a harmonia entre diferentes sólidos: prismas e cilindros compartilham uma mesma ideia; pirâmides e cones têm o volume como um terço do "correspondente reto"; e a esfera se relaciona ao cilindro que a envolve. O Princípio de Cavalieri é a base que explica porquê essas fórmulas funcionam, tornando-se um dos conceitos mais importantes da geometria espacial.

Exemplos:

1. **Prisma reto (caixa de papelão)**

Um estudante vai mudar de casa e precisa saber se sua caixa de papelão cabem todos os livros. A caixa tem 5 cm de comprimento, 3 cm de largura e 8 cm de altura.

$$V = A_b . h = (5 . 3) . 8 = 120\ cm^3$$

Interpretação: A caixa pode armazenar até 120 cm³, o que corresponde à quantidade de espaço para guardar objetos.

2. **Cilindro (lata de refrigerante)**

Uma lata de refrigerante possui 4 cm de raio e 10 cm de altura.

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 16 \cdot 10 = 160\,\pi \approx 502{,}66\ cm^3$$

Interpretação: Isso equivale a aproximadamente 503 ml, mostrando por que a lata é vendida como “500 ml”.

3. **Pirâmide (escultura de vidro)**

Uma escultura em forma de pirâmide com base quadrada de 6 cm e altura 9 cm será feita de vidro.

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{36 \cdot 9}{3} = 108\ cm^3$$

Interpretação: São necessários 108 cm³ de vidro para produzir a escultura.

4. **Cone (casquinha de sorvete)**

Um estudante compra uma casquinha de sorvete em formato de cone com raio 3 cm e altura 12 cm.

$$V = \frac{1}{3}\,\pi\, r^2\, h = \frac{1}{3}\,\pi \cdot 9 \cdot 12 = 36\,\pi \approx 113{,}10\ cm^3$$

Interpretação: A casquinha comporta aproximadamente 113 ml de sorvete, antes de adicionar a bola.

5. **Esfera (bola de futebol de salão)**

Uma bola de futsal tem raio de 5 cm (modelo em miniatura para treinamento).

$$V = \frac{4}{3}\ \pi\, r^3 = \frac{4}{3}\ \pi\ .\ 125 = \frac{500}{3}\pi\ \approx 523{,}60\ cm^3$$

Interpretação: O volume interno é de cerca de 524 ml, ou seja, essa é a quantidade de ar que cabe dentro da bola inflada.

6. **Princípio de Cavalieri (copo cilíndrico x taça cônica)**

Um aluno compara um copo cilíndrico (raio 3 cm, altura 9 cm) e uma taça cônica com as mesmas medidas.

Copo cilíndrico:

$$V = \pi r^2 h = 81\ \pi \approx 254{,}47\ cm^3$$

- **Taça cônica:**

$$V = \frac{1}{3}\ \pi\, r^2\ h = 27\ \pi\ \approx\ 84{,}82\ cm^3$$

Interpretação: A taça comporta um terço do volume do copo. Isso acontece porque, pelo Princípio de Cavalieri, a cada nível de altura as áreas de seção do cone são proporcionais às do cilindro, resultando em exatamente 1/3 do volume.

7. **Sólido composto (frasco de perfume)**

Um frasco de perfume é formado por um cilindro de raio 2 cm e altura 5 cm, mais uma meia esfera de mesmo raio.

Cilindro:

$V = \pi r^2 h = \pi \,.\, 4 \,.\, 5 = 20\,\pi$

- **Meia esfera**

$V = \frac{1}{2} \,.\, \frac{4}{3}\,\pi\, r^3\, h = \frac{2}{3}\,\pi \,.\, 8 = \frac{16}{3}\,\pi$

- **Total:**

$V = 20\,\pi + \frac{16}{3}\,\pi = \frac{76}{3}\,\pi \approx 79{,}58\ cm^3$

Interpretação: O frasco pode conter cerca de 80 ml de perfume.

Conceitos Fundamentais 3

Diagramas, Tabelas e Gráficos em Pesquisas Estatísticas

Na sociedade atual, somos constantemente expostos a informações em forma de números, tabelas, diagramas e gráficos: desde estatísticas sobre saúde e economia até resultados de enquetes nas redes sociais. Por isso, compreender e interpretar essas representações é uma habilidade essencial para o exercício da cidadania crítica, uma das metas da Educação Matemática no Ensino Médio.

Tabelas

As tabelas organizam dados em linhas e colunas, permitindo observar quantidades e frequências de maneira estruturada. Mais do que apenas “ler números”, o estudante precisa ser capaz de interpretar os significados desses dados, questionando: o que eles revelam? O que pode estar por trás dessas informações?

Diagramas

Os diagramas, como os de Venn, servem para mostrar relações e interseções entre conjuntos de informações. Eles não apenas representam dados, mas também estimulam o raciocínio lógico e a capacidade de analisar situações complexas, como quando diferentes grupos sociais compartilham características ou quando um mesmo problema pode ter múltiplas soluções.

Gráficos

Os gráficos transformam números em imagens, facilitando a identificação de padrões e tendências. Em vez de apenas reproduzir gráficos prontos, é importante que o estudante participe ativamente do processo: coletar dados, escolher o tipo de gráfico mais adequado e interpretar os resultados. Assim, ele desenvolve autonomia e senso crítico.

- Gráficos de colunas ou barras permitem comparações.
- Gráficos de setores mostram proporções.
- Gráficos de linhas revelam variações ao longo do tempo.

De acordo com as tendências da Educação Matemática, aprender sobre diagramas, tabelas e gráficos não deve se limitar a técnicas de construção. O foco está em problematizar situações reais, discutir resultados, levantar hipóteses e refletir sobre o papel dos dados no entendimento de fenômenos sociais, culturais e científicos.

Em outras palavras, trabalhar com representações estatísticas é também formar cidadãos críticos, capazes de questionar as informações que circulam em jornais, redes sociais ou pesquisas acadêmicas, em vez de aceitá-las passivamente.

Conceitos Fundamentais 4

Riscos Probabilísticos

No nosso dia a dia, muitas situações envolvem incertezas. Quando jogamos uma moeda, não sabemos se vai cair cara ou coroa; quando saímos sem guarda-chuva, não temos certeza se vai chover; quando atravessamos a rua, não sabemos se pode acontecer um acidente. Todas essas situações estão relacionadas ao que chamamos de riscos probabilísticos.

O termo “risco” significa a possibilidade de algo dar errado ou de acontecer um evento inesperado. Já a “probabilidade” é a medida matemática que indica a chance de um evento acontecer. Assim, riscos probabilísticos são os riscos que podem ser analisados e medidos usando a probabilidade.

Por exemplo:

- Se o serviço de meteorologia diz que há 70% de chance de chuva, significa que o risco de chover é alto e, portanto, seria prudente levar um guarda-chuva.
- Ao dirigir em alta velocidade, aumenta-se a probabilidade de sofrer um acidente, ou seja, o risco se torna maior.
- Nos jogos de azar, como a roleta ou a loteria, os riscos são calculados pela probabilidade de ganhar ou perder.

Compreender os riscos probabilísticos é importante porque nos ajuda a tomar decisões mais conscientes. Embora não possamos prever o futuro com certeza, podemos avaliar a chance de certos acontecimentos virem a acontecer e nos preparar para eles.

Em resumo, estudar riscos probabilísticos permite que a matemática se torne uma ferramenta para lidar com situações de incerteza, ajudando a reduzir perigos, planejar melhor nossas escolhas e entender os desafios que envolvem o acaso.

Exemplos:

Situações-problema

- **Previsão do tempo**

O serviço de meteorologia informou que amanhã há 80% de chance de chover. Júlia precisa decidir se leva ou não guarda-chuva para a escola.

Pergunta: Qual é o risco de Júlia sair de casa e se molhar, caso não leve o guarda-chuva?

Resposta: Se há 80% de chance de chover, o risco de Júlia se molhar é de 80%. Se ela levar o guarda-chuva, esse risco praticamente se reduz a 0%.

- **Jogo de cartas**

Em um baralho comum com 52 cartas, Pedro vai tirar uma carta ao acaso. Ele considera “arriscado” porque precisa tirar uma carta de copas para ganhar um prêmio.

Pergunta: Qual é a probabilidade (risco de perder) se ele tirar uma carta qualquer?

Resposta:

Total de cartas de copas: 13.

Total de cartas: 52.

Probabilidade de tirar copas: 13/52 = ¼ = 25

Logo, o risco de perder é de 75%.

- **Acidentes de trânsito**

Em uma rodovia, estudos mostraram que a probabilidade de acontecer um acidente em dias de chuva é 5 vezes maior do que em dias sem chuva.

Pergunta: Se em dias normais a chance de acidente é de 2%, qual é a chance em dias de chuva?

Resposta:

Probabilidade em dia normal: 2%.

Em dia de chuva → ?????

Portanto, o risco em dias de chuva é 10%.

- **Loteria**

Em uma loteria simples, a chance de ganhar é de 1 em 1.000.000.

Pergunta: Qual é a probabilidade de perder ao comprar um bilhete?

Resposta:

- **Probabilidade de ganhar:**

$$\frac{1}{1.000.000} = 0,0001$$

- **Probabilidade de perder:**

$$1 - \frac{1}{1.000.000} \approx 99,9999$$

- **O risco de perder é praticamente 100%**

- **Saúde**

Uma pesquisa mostrou que 12% dos jovens que consomem excesso de alimentos industrializados têm risco de desenvolver diabetes precoce.

Pergunta: Em um grupo de 200 jovens que se alimentam dessa forma, quantos podem desenvolver a doença segundo essa estatística?

Resposta:

12% de 200 = 0,12 x 200 = 24

Logo, **24 jovens** do grupo correm esse risco.

ROTEIRO DE ATIVIDADES:

QUESTÃO 1

Sombra de um prédio. Um prédio de 20 m projeta uma sombra quando o Sol forma um ângulo de 45° com o solo. O comprimento da sombra será:

a) 10 m
b) 15 m
c) 20 m
d) 25 m

QUESTÃO 2

Área projetada de um painel solar. Um painel solar de área 4 m² está inclinado de forma que os raios solares formem um ângulo de 60° com sua superfície. A área efetivamente iluminada será:

a) 1 m²
b) 2 m²
c) 3 m²
d) 4 m²

QUESTÃO 3

Uma fábrica identificou que há 10% de chance de uma máquina apresentar falha durante a produção de um lote. Qual é a interpretação correta desse risco?

a) A máquina vai falhar a cada 10 lotes produzidos.
b) Existe a possibilidade de a máquina falhar, mas não é certo quando ocorrerá.
c) A máquina falhará exatamente no 10º lote produzido.
d) A probabilidade de falha é de 100%.

Questão 4

Em uma cidade, estudos mostram que a cada 1.000 motoristas, 50 se envolvem em acidentes leves no trânsito por ano. Qual é a probabilidade de um motorista escolhido ao acaso se envolver em um acidente leve em um ano?

a) 0,005 (0,5%)
b) 0,05 (5%)
c) 0,50 (50%)
d) 5 (500%)

Questão 5

Quando falamos em riscos probabilísticos, podemos afirmar que:

a) O risco mede apenas a gravidade de um evento.
b) O risco é uma certeza matemática de que algo ruim vai acontecer.
c) O risco é uma combinação entre a probabilidade de ocorrência de um evento e suas consequências.
d) O risco não pode ser representado por números.

Questão 6

Um hospital estima que um medicamento apresenta 2% de chance de causar efeitos colaterais leves. O que esse valor representa?

a) Que todos os pacientes terão efeitos colaterais.
b) Que exatamente 2 em cada 100 pacientes terão efeitos colaterais.
c) Há incerteza, mas espera-se em média 2 pacientes afetados a cada 100.
d) Que o medicamento é totalmente seguro.

Questão 7

Uma pirâmide quadrangular regular tem base de lado 6 m e altura 9 m. O volume da pirâmide é:

a) 108 m^3 m³

b) 216 m^3

c) 324 m^3

d) 648 m^3

Questão 8

Comparação com o Princípio de Cavalieri

Dois sólidos e têm a mesma altura e, para qualquer plano paralelo às bases, as seções planas têm áreas iguais. De acordo com o Princípio de Cavalieri, pode-se afirmar que:

a) A tem maior volume que B.
b) B tem maior volume que A.
c) Os volumes de A e B são iguais.
d) Não é possível comparar os volumes sem conhecer as bases.

Questão 9

Aplicação do Princípio de Cavalieri

Um cilindro de raio r e altura h e um prisma de base quadrada de lado 2r e altura h possuem a mesma altura. Seção por seção, em planos paralelos às bases, o cilindro sempre terá área menor que o prisma. O que se conclui?

a) O cilindro tem maior volume que o prisma.
b) O prisma tem maior volume que o cilindro.
c) Os volumes são iguais.
d) Não é possível afirmar nada.

Questão 10

Cone e Cilindro

Um cone circular reto e um cilindro circular reto têm a mesma base e a mesma altura.
O volume do cone é:

a) igual ao do cilindro.
b) metade do cilindro.
c) um terço do cilindro.
d) o dobro do cilindro.

REFERÊNCIAS:

BISPO, R. C.; VIEIRA, R. A. Educação Estatística: conceitos e práticas para o ensino médio. São Paulo: Cortez, 2019.

BOYER, Carl B. História da Matemática. São Paulo: Edgard Blucher, 2010.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br. Acesso em: 11 set. 2025.

BUSSAB, Wilton de Oliveira; MORETTIN, Pedro Alberto. Estatística Básica. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2017.

CAMPOS, C. R.; COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOUD, S. A. Educação Estatística: teoria e prática em sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

CRESPO, Antonio Arnaud. Estatística Fácil. 20. ed. São Paulo: Saraiva, 2019.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: Contexto & Aplicações. 2. ed. São Paulo: Ática, 2013.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David. Fundamentos de Matemática Elementar – Vol. 3: Combinatória e Probabilidade. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

LIMA, Elon Lages. A Matemática do Ensino Médio. Rio de Janeiro: SBM, 2009.

LOPES, C. E. (org.). Estatística e Probabilidade na Educação Básica. Campinas: Mercado de Letras, 2008.

MOORE, D. S.; MCCABE, G. P.; CRAIG, B. A. Introdução à Prática da Estatística. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

PAIVA, Manoel. Matemática – Ensino Médio. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2010.

SILVA, C. B. Infográficos na educação: possibilidades para a comunicação e aprendizagem. Revista Educação, v. 41, n. 1, p. 111-124, 2016.

SMITH, David Eugene. história da Matemática. São Paulo: Editora UNESP, 2001.

STEWART, Ian. A Beleza da Matemática. Rio de Janeiro: Zahar, 2017.

SMOLE, Katia; DINIZ, Maria Ignez; CÂNDIDO, Patrícia. Matemática – Ensino Médio: Probabilidade e Combinatória. Porto Alegre: Artmed, 2008.

TRIOLA, Mario F. Introdução à Estatística. 12. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017.