

ITINERÁRIO FORMATIVO

2025

ENSINO MÉDIO REGULAR NOTURNO

1º Ano | 3º Trimestre

Matemática e suas Tecnologias

Secretaria
de Educação



GOVERNO DE
**PER
NAM
BU**CO
ESTADO DE MUDANÇA

Secretário Executivo do Ensino Médio e Profissional
Paulo Fernando de Vasconcelos Dutra

Equipe de Elaboração

Regina Celi de Melo André

Equipe de coordenação

Ana Laudemira de Lourdes de Farias Lages Alencar Reis
Gerente Geral de Políticas Educacionais do Ensino Médio (GGPEM/SEMP)

Reginaldo Araújo de Lima
Superintendente de Ensino (GGPEM/SEMP)

Rômulo Guedes e Silva
Gestor de Formação e Currículo (GGPEM/SEMP)

Andreza Shirlene Figueiredo de Souza
Chefe da Unidade de Currículo (GGPEM/SEMP)

Revisão

Ana Karine Pereira de Holanda Bastos
Andreza Shirlene Figueiredo de Souza

Para início de conversa

Olá estudante,

Este caderno foi escrito especialmente para você, estudante do Ensino Médio Noturno, que tem uma dinâmica diferente em seu cotidiano. Aqui você encontrará um aprofundamento na área de Matemática de maneira diversa do Ensino Médio Diurno, que deverá ser utilizado neste segundo trimestre, com atividades e formas de discussão dos objetos de conhecimento de maneira mais próxima, mediadas por este material. Dúvidas podem ser tiradas com seus professores, sejam eles os tutores ou não.

Assim, este material, tem o objetivo de aprofundar conhecimentos que você já estudou ou está estudando na Formação Geral Básica (FGB) do nosso currículo de **Matemática** conforme indicado no item **Objetos de Conhecimento**. Dessa forma, este caderno propõe enfatizar o estudo da linguagem matemática, indicando suas peculiaridades, seus códigos bem definidos e suas representações os quais influenciam na realidade, auxiliando na interpretação, leitura e inferência para a solução de problemas em diversos contextos. Os aprendizados e as práticas vivenciadas na Formação Geral Básica, serão aprofundados como instrumentos à ciência, à comunicação, à cultura e à tecnologia.

Vamos iniciar nossos estudos para trilhar os caminhos do conhecimento, aumentando nossa bagagem intelectual! O professor irá orientar seus estudos durante todo o trimestre, contribuindo para um excelente desempenho no seu processo de aprendizagem.

Objetos do Conhecimento que serão aprofundados:

- Pontos de máximo e de mínimo de funções quadráticas.
- Gráficos de Funções. Variação de Grandezas. Taxas de Variação.
- Função afim de domínio discreto. Progressão Aritmética
- Função Exponencial de domínio discreto. Progressão Geométrica
- Conceitos de Taxa e Índice: compreensão e aplicação.

Conceitos Fundamentais 1

Pontos de Máximo e Mínimo em Funções Quadráticas: Dominando os Vértices da Parábola

Estudante, seja bem-vindo a um dos conceitos mais importantes e aplicados no estudo das funções: os pontos de máximo e mínimo. Hoje, vamos focar nas funções quadráticas, aquelas famosas parábolas que aparecem em tudo, desde o lançamento de uma bola até a otimização de lucros em uma empresa.

Mas, antes, vamos relembrar: **O que é uma Função Quadrática?**

Uma função quadrática é qualquer função que pode ser escrita na forma: $f(x) = ax^2 + bx + c$

onde a , b e c são números reais, e $a \neq 0$.

O gráfico dessa função é sempre uma curva chamada parábola.

Seu gráfico é uma parábola que pode se abrir para cima ($a > 0$) ou para baixo ($a < 0$).

- Quando a parábola se abre para cima, o ponto mais baixo do gráfico é chamado de mínimo.
- Quando a parábola se abre para baixo, o ponto mais alto do gráfico é chamado de máximo.

Esse ponto especial é o vértice da parábola, que pode ser encontrado pela fórmula:

$$x_v = \frac{-b}{2a}, \quad y_v = f(x_v)$$

Exemplo 1 - Economia e Lucro

Um artesão vende peças decorativas e percebeu que o lucro $L(x)$, em reais, ao produzir x peças, é dado por:

$$L(x) = -2x^2 + 40x - 100$$

- O coeficiente $a = -2 < 0$, então o gráfico é uma parábola com **máximo**.
- O ponto de máximo indica a quantidade de peças que gera o maior lucro.

Após os cálculos, o lucro máximo é R\$100, quando o artesão produz 10 peças.

Exemplo 2 – Trajetória de um projétil

Um estudante de Física lança uma bola para cima, cuja altura, em metros, após segundos, é aproximada por:

$$h(t) = -5t^2 + 20t + 1$$

A bola atinge altura máxima de 21 metros após 2 segundos.

Exemplo 3 – Engenharia e design urbano

Um arquiteto projeta uma ponte com arco parabólico cuja curva pode ser descrita por:

$$y(x) = -0,5x^2 + 4$$

A altura máxima do arco é 4 metros, no centro da ponte.

Concavidade da Parábola:

Se $a > 0$ (positivo), a parábola tem concavidade voltada para CIMA. Parece um sorriso!

Se $a < 0$ (negativo), a parábola tem concavidade voltada para BAIXO. Parece uma carinha triste. O Ponto de Vértice (V):

Em uma parábola com concavidade para CIMA ($a > 0$), o ponto mais baixo da curva é chamado de ponto de mínimo. Em uma parábola com concavidade para BAIXO ($a < 0$), o ponto mais alto da curva é chamado de ponto máximo.

Esse ponto especial, seja de máximo ou mínimo, é o Vértice (V) da parábola. Ele é o coração da função quadrática.

Exemplo 4: Pontapé para o Gol! (Ponto de Máximo)

Imagine que a trajetória de uma bola de futebol, após um chute para o alto, seja dada pela função: $h(t) = -5t^2 + 20t + 0,4$

onde h é a altura da bola (em metros) no instante t (em segundos).

a) Qual é a altura máxima que a bola atinge? b) Em que instante isso ocorre?

Exemplo 5: Lucro da Empresa (Ponto de Mínimo)

Suponha que o custo C (em reais) para uma fábrica produzir x unidades de um certo produto seja dado por: $C(x) = x^2 - 80x + 3000$

- a) Qual é o número de unidades que precisam ser produzidas para minimizar o custo?
- b) Qual é esse custo mínimo?

Contextualização: Esse é um exemplo clássico de Otimização na Administração e Economia. Encontrar o ponto de mínimo de custo ou de máximo de lucro é fundamental para a sobrevivência de qualquer negócio.

Os pontos de máximo e mínimo de funções quadráticas são muito úteis em situações reais, como otimizar lucros, calcular alturas máximas, planejar construções e analisar custos. A Matemática, nesse caso, fornece ferramentas para tomar decisões mais inteligentes e eficientes.

Conceitos Fundamentais 2

Gráficos de Funções, Variação de Grandezas e Taxas de Variação

O estudo das funções é fundamental para compreender como diferentes grandezas se relacionam em diversas situações do cotidiano, da natureza e da tecnologia. Uma função descreve uma relação entre duas grandezas, em que a variação de uma (a variável independente) provoca uma mudança na outra (a variável dependente). O gráfico de uma função é uma representação visual dessa relação e permite identificar rapidamente o comportamento da variação entre as grandezas envolvidas.

Gráficos de Funções

Os gráficos são importantes porque permitem visualizar a relação entre as grandezas de forma intuitiva. Por exemplo, em um gráfico que relaciona o tempo (em horas) e a distância percorrida (em quilômetros) por um automóvel em movimento constante, temos uma função linear. O gráfico dessa função é uma reta, indicando que a distância aumenta de maneira uniforme à medida que o tempo passa.

Um gráfico crescente representa uma relação direta entre as grandezas (quando uma aumenta, a outra também aumenta). Já um gráfico decrescente indica uma relação inversa (quando uma

aumenta, a outra diminui). Além disso, a inclinação da curva ou da reta mostra a intensidade dessa variação.

Variação de Grandezas

A variação de uma grandeza ocorre quando o seu valor se altera em relação a outra grandeza com a qual está relacionada. Por exemplo, considere a temperatura ao longo do dia. Pela manhã, ela pode estar a 18 °C; ao meio-dia, 30 °C; e à noite, 22 °C. Essa mudança mostra como a temperatura varia em função do tempo. Da mesma forma, o preço de um produto pode variar de acordo com a demanda de mercado ou com o custo de produção. Nessas situações, podemos usar funções para descrever matematicamente essas relações e prever comportamentos futuros.

Taxas de Variação

A taxa de variação indica o quanto uma grandeza varia em relação à variação de outra. No exemplo do automóvel, se ele percorre 120 km em 2 horas, sua taxa de variação da distância em relação ao tempo é de:

Taxa de variação =
$$\frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{120}{2} = 60\text{km/h}$$

Essa taxa representa a velocidade média do carro — um conceito fundamental tanto na física quanto na matemática. Em contextos econômicos, a taxa de variação também aparece quando calculamos, por exemplo, o crescimento percentual de uma empresa, a inflação ou a rentabilidade de um investimento ao longo do tempo.

Exemplos

Contexto ambiental: o gráfico da temperatura média global ao longo dos anos mostra o aumento gradual da temperatura — um exemplo de função crescente que expressa a variação climática e sua taxa de aquecimento.

Contexto tecnológico: o gráfico do número de usuários de internet móvel em função dos anos mostra um crescimento exponencial, indicando o avanço rápido da tecnologia digital.

Contexto agrícola: em uma plantação, o crescimento da planta em função do tempo ou da quantidade de adubo aplicado pode ser modelado por uma função, permitindo calcular taxas de crescimento e otimizar o processo produtivo.

Para finalizar

Os gráficos de funções são ferramentas poderosas para compreender o comportamento das grandezas e suas inter-relações. A análise da variação e da taxa de variação permite interpretar fenômenos, comparar situações e tomar decisões em diferentes contextos — seja no trânsito, na economia, na tecnologia ou na natureza. Assim, o estudo das funções ultrapassa o campo puramente matemático, tornando-se essencial para a compreensão crítica e quantitativa do mundo que nos cerca.

Atividade: O Consumo de Energia e o Uso Consciente de Recursos

Contextualização

Com o aumento do uso de equipamentos eletrônicos e eletrodomésticos, o consumo de energia elétrica nas residências cresce de forma significativa. Compreender como esse consumo varia ao longo do tempo e como ele se relaciona com o custo da conta de luz é essencial para promover o uso consciente dos recursos e analisar o impacto econômico das nossas escolhas.

Nesta atividade, você analisará gráficos de funções, variações de grandezas e taxas de variação relacionados ao consumo de energia elétrica.

Situação-Problema

Uma família observou que o consumo mensal de energia (em kWh) de sua residência variou ao longo de seis meses, conforme a tabela abaixo:

Mês	Consumo (KWh)	Conta (R\$)
JANEIRO	180	162
FEVEREIRO	200	180
MARÇO	230	207
ABRIL	250	225
MAIO	300	270
JUNHO	340	306

A partir da tabela acima, responda às seguintes questões:

1. Construa um gráfico relacionando o consumo de energia (kWh) com o valor da conta (R\$).
 - a) Coloque o consumo no eixo horizontal (x) e o valor da conta no eixo vertical (y).
 - b) Que tipo de função melhor representa essa relação? Justifique.
2. Observe o gráfico e descreva o comportamento da função:
 - a) É crescente ou decrescente?
 - b) A variação entre consumo e valor é constante?
3. Estime a taxa média de variação entre março e maio, ou seja, quanto o valor da conta aumentou para cada kWh a mais consumido.
4. Interprete o resultado obtido no contexto: o que essa taxa representa?

Modelagem matemática

5. Escreva a função que modela a relação entre o consumo e o valor da conta.
6. Use essa função para prever o valor da conta se o consumo fosse de:
 - a) 275 kWh
 - b) 400 kWh
7. O modelo obtido é coerente com a realidade? Que fatores poderiam alterar essa linearidade na prática (por exemplo, tarifas, bandeiras tarifárias, impostos)?

Interpretação e reflexão

8. Que estratégias poderiam ser adotadas para reduzir a taxa de crescimento do consumo? Relacione sua resposta com o comportamento do gráfico e o conceito de taxa de variação.
9. Proponha um pequeno plano de conscientização escolar para promover o uso racional da energia elétrica, apresentando:
 - a) Um gráfico informativo sobre consumo;
 - b) Uma função que relacione o uso consciente com a economia gerada;
 - c) Uma análise matemática dos resultados esperados.

Conceitos Fundamentais 3

Função afim de domínio discreto. Progressão Aritmética

Função Afim de Domínio Discreto e Progressão Aritmética

Relembrando o Conceito de Função Afim

Uma função afim é toda função de primeiro grau, expressa pela fórmula:

$$f(x) = ax + b$$

onde:

a é o coeficiente angular, que indica a taxa de variação da função (ou o quanto $f(x)$ cresce ou decresce quando x aumenta em uma unidade);

b é o coeficiente linear, que representa o valor inicial da função, isto é, o ponto em que o gráfico cruza o eixo .

O gráfico de uma função afim é sempre uma **reta**. Mas nem sempre o domínio (valores de x) precisa ser contínuo — em algumas situações práticas, o domínio é discreto, isto é, composto apenas por valores inteiros.

Função Afim de Domínio Discreto

Vamos recapitular?

Uma função afim de domínio discreto ocorre quando os valores de x são números isolados, geralmente inteiros consecutivos ou representando quantidades discretas (que não podem ser fracionadas).

Exemplo 1 – Um curso de informática cobra uma taxa de matrícula de R\$ 100,00 e mais R\$ 150,00 por mês de aula. A função que relaciona o valor total pago (f) e o número de meses (x) é:

$$f(x) = 150x + 100$$

Aqui, o domínio é discreto: $x = 1.2.3.4.5...$, pois não faz sentido ter 2,5 meses de curso.

Mês (x)	Valor Total (R\$)
1	250,00
2	400,00

3	550,00
4	700,00

Note que os valores de $f(x)$ aumentam sempre de 150 em 150, formando uma progressão aritmética.

Conexão com Progressão Aritmética (PA)

Lembrando que uma progressão aritmética (PA) é uma sequência de números em que cada termo é obtido somando-se uma constante (razão r) ao termo anterior.

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

onde:

a_1 é o primeiro termo da sequência,

r é a razão,

n é a posição do termo,

a_n é o n -ésimo termo.

Observe que a fórmula da PA é idêntica à forma da função afim, bastando fazer a correspondência:

$$f(x) = ax + b$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

Assim, toda PA pode ser vista como uma função afim de domínio discreto, em que:

$a = r$ (razão da PA),

$b = a_1 - r$ (ajuste inicial para o termo 1 corresponder a $x = 1$).

Exemplo 1 – Custo de blocos de construção

Um pedreiro compra blocos de concreto, e cada bloco custa R\$ 4,00. Há uma taxa fixa de entrega de R\$ 40,00. A função que representa o custo total (C) em função do número de blocos (x) é:

$$C(x) = 4x + 40$$

O domínio é discreto, pois não é possível comprar “meio bloco”.

Blocos (x)	Custo (R\$)
1	44
2	48
3	52
4	56

A sequência 44, 48, 52, 56,... é uma PA de razão 4. Cada novo bloco aumenta o custo total em R\$ 4,00 — o mesmo valor da taxa de variação da função.

Exemplo 2 – Plano de telefonia pré-pago

Um plano cobra R\$ 10,00 de taxa fixa e R\$ 0,50 por mensagem enviada. A função é:

$$f(x) = 0,5x + 10$$

O domínio é discreto ($x = 0, 1, 2, 3, \dots$), pois não se enviam “meias mensagens”.

Mensagens (x)	Valor (R\$)
0	10
1	10,50
2	11
3	11,50

A sequência dos valores pagos também é uma PA de razão 0,5.

Exemplo 3 – Crescimento de uma poupança

Um estudante deposita R\$ 100,00 inicialmente e, a cada mês, acrescenta R\$ 50,00. O valor acumulado após meses é dado por:

$$f(n) = 50n + 100$$

Mês (n)	Valor acumulado (R\$)
1	150
2	200
3	250
4	300

A sequência 150, 200, 250, 300,... forma uma PA de razão 50 o que mostra que o crescimento da poupança é linear e discreto.

Interpretação Gráfica

O gráfico de uma função afim de domínio discreto é composto por pontos alinhados em uma reta, mas sem continuidade entre eles, pois os valores intermediários não têm sentido prático.

Exemplo: no caso da compra de blocos, o gráfico mostra apenas os pontos correspondentes a $x = 1.2.3.4$, sem traçar uma linha contínua.

Por fim, a função afim de domínio discreto é uma poderosa ferramenta para modelar situações em que as variáveis assumem valores inteiros e regulares, como parcelas, meses, produtos ou unidades. Essas funções se conectam diretamente com as progressões aritméticas, pois ambas expressam crescimentos lineares — seja ao longo do tempo, seja em sequência numérica.

Conceitos Fundamentais 4

Desvendando as Funções Exponenciais e Progressões Geométricas: Crescimento Poderoso!

Vamos mergulhar em um mundo onde os números crescem de forma impressionante: o das Funções Exponenciais de Domínio Discreto e das Progressões Geométricas (PGs). Não se assuste com os nomes complexos, pois você verá como esses conceitos estão presentes no nosso dia a dia e são super divertidos de entender!

Função Exponencial de Domínio Discreto e Progressão Geométrica

Em muitas situações do cotidiano, as grandezas não crescem nem diminuem de forma constante, mas sim em proporção ao valor que já possuem. Esse tipo de crescimento é chamado de exponencial e é descrito matematicamente por uma função exponencial.

A função exponencial é fundamental para entender fenômenos de crescimento e decaimento, como:

- O aumento de uma população ao longo do tempo;
- O acúmulo de juros em um investimento;
- O crescimento de visualizações em uma rede social;
- O resfriamento de um corpo ou a desintegração radioativa.

Função Exponencial de Domínio Discreto

Dizemos que uma função exponencial tem domínio discreto quando o expoente assume valores inteiros, representando quantidades discretas — como dias, meses, anos, gerações ou ciclos.

Nessas situações, os valores formam uma progressão geométrica (PG), pois cada termo é obtido multiplicando o anterior por uma constante .

$$f(1) = a \cdot b, \quad f(2) = a \cdot b^2, \quad f(3) = a \cdot b^3, \quad \dots$$

Mas, o que é “Domínio Discreto”?

Antes de começarmos, vamos entender o que significa “domínio discreto”.

Pensem nos números naturais (0, 1, 2, 3...). Eles são "discretos" porque não há nada entre eles — não existe um "1,5" ou um "2,7" se estamos contando objetos inteiros. Nas nossas funções

exponenciais de domínio discreto, as entradas (os valores que colocamos na função) serão sempre números inteiros, como o tempo em anos, o número de passos, etc.

A Força do Crescimento Multiplicativo: Funções Exponenciais

Imagine que você tem uma bactéria que se divide ao meio a cada hora. Se você começar com uma bactéria, depois de uma hora terá duas, depois de duas horas terá quatro, e assim por diante. Esse tipo de crescimento, onde você sempre multiplica a quantidade anterior por um valor fixo, é a essência da função exponencial!

A forma geral de uma função exponencial de domínio discreto é:

$$F(n) = a \cdot b^n$$

Onde:

$f(n)$ é o valor final depois de n passos.

a é o valor inicial (a quantidade que você tem no começo, quando $n=0$).

b é a base ou a razão de crescimento. É o número pelo qual você multiplica a cada passo. Se $b > 1$, há crescimento; se $0 < b < 1$, há decaimento (diminuição).

n é o número de passos, tempo, ou o termo que estamos procurando (sempre um número inteiro).

Exemplo Prático 1: A Lenda do Grão de Arroz e o Tabuleiro de Xadrez

Vocês conhecem a história do sábio que pediu ao rei um grão de arroz na primeira casa do tabuleiro de xadrez, dois na segunda, quatro na terceira, e assim por diante?

Aqui, a quantidade de grãos de arroz em cada casa é uma função exponencial!

a (valor inicial): 1 (um grão na primeira casa)

b (razão de crescimento): 2 (o número de grãos dobra a cada casa)

n (o número da casa - 1): Porque a primeira casa seria $n=0$ na nossa fórmula.

Então, a função que descreve a quantidade de grãos em cada casa n (onde n é a posição da casa a partir de 1) seria: $f(n) = 1 \cdot 2^{n-1}$

Vamos ver:

Casa 1 ($n=1$): $f(1) = 1 \cdot 2^{(1-1)} = 1 \cdot 2^0 = 1 \cdot 1 = 1$ grão.

Casa 2 ($n=2$): $f(2) = 1 \cdot 2^{(2-1)} = 1 \cdot 2^1 = 1 \cdot 2 = 2$ grãos.

Casa 3 ($n=3$): $f(3) = 1 \cdot 2^{(3-1)} = 1 \cdot 2^2 = 1 \cdot 4 = 4$ grãos.

E assim por diante! O número de grãos cresce muito, muito rápido. No final do tabuleiro, seriam trilhões de grãos!

Progressão Geométrica (PG): A Sequência do Crescimento Exponencial

Uma Progressão Geométrica (PG) é uma sequência de números onde cada termo, a partir do segundo, é obtido multiplicando-se o termo anterior por uma constante. Essa constante é chamada de razão (q) da PG.

Perceberam a semelhança com a função exponencial?

Exatamente! Uma PG é, na verdade, uma representação de uma função exponencial de domínio discreto, onde n representa a posição do termo na sequência.

A fórmula para encontrar o n -ésimo termo (a_n) de uma PG é muito parecida com a função exponencial:

Alguns exemplos de aplicação:

Juros Compostos - Seu Dinheiro Crescendo!

Você investe R\$ 1000,00 em um banco que rende 10% de juros ao ano. Os juros são compostos, ou seja, no próximo ano, você ganha 10% sobre o valor total (principal + juros acumulados).

Vamos montar uma PG para isso:

a_1 (primeiro termo - valor inicial): R\$ 1000,00

q (razão): Se você ganha 10% de juros, seu dinheiro se multiplica por $1 + 0.10 = 1.10$. Então, $q = 1.10$.

Vamos ver como seu dinheiro cresce:

Ano 1 (n=1): $a_1 = 1000$ (o valor inicial)

Ano 2 (n=2): $a_2 = 1000 \cdot (1,10)^{2-1} = 1000 \cdot (1,10)^1 = \text{R\$ } 1100,00$

Ano 3 (n=3): $a_3 = 1000 \cdot (1,10)^{3-1} = 1000 \cdot (1,10)^2 = 1000 \cdot 1.21 = \text{R\$ } 1210,00$

Ano 4 (n=4): $a_4 = 1000 \cdot (1,10)^{4-1} = 1000 \cdot (1,10)^3 = 1000 \cdot 1.331 = \text{R\$ } 1331,00$

Seu dinheiro está crescendo em uma PG! E se você quiser saber o valor depois de 10 anos?

$a_{10} = 1000 \cdot (1,10)^{10-1} = 1000 \cdot (1,10)^9 \approx 1000 \cdot 2.3579 = \text{R\$ } 2357,90$

É impressionante como o dinheiro pode crescer com juros compostos ao longo do tempo! Por isso, poupar e investir é tão importante.

Conectando os Pontos: Função Exponencial e PG

A grande sacada é entender que uma PG é uma sequência de valores gerados por uma função exponencial de domínio discreto.

Função Exponencial: Pense em uma regra geral que te diz o valor para qualquer entrada inteira n. **Progressão Geométrica:** Pense em uma lista específica de números que seguem essa regra.

Ambos os conceitos descrevem o mesmo tipo de crescimento: multiplicativo, onde a cada passo, o valor é multiplicado por uma constante.

Confira mais aplicações no mundo real:

Finanças: Juros compostos, valorização de investimentos, depreciação de bens.

Biologia: Crescimento populacional de bactérias, vírus ou animais.

Economia: Inflação, crescimento do PIB (Produto Interno Bruto).

Ciência: Decaimento radioativo (aqui a razão de crescimento é menor que 1, resultando em diminuição). Tecnologia: Algoritmos de busca, crescimento de redes sociais.

Para finalizar, veja como o crescimento pode ser visualmente impactante.

Imagine a população de uma cidade que dobra a cada década. Começa com 10.000 pessoas.

Década 0: 10.000

Década 1: 20.000

Década 2: 40.000

Década 3: 80.000

Década 4: 160.000

Década 5: 320.000

Década 6: 640.000

Década 7: 1.280.000

Década 8: 2.560.000

Década 9: 5.120.000

Década 10: 10.240.000

É um crescimento muito rápido!

Mais um exemplo – Aumento de Seguidores em Rede Social

Um influenciador começa com 2.000 seguidores, e a quantidade cresce em 25% a cada semana. A função que descreve o número de seguidores após semanas é:

$$f(x) = 2000 \cdot (1,25)^x$$

Semana (x) - Seguidores

0 2.000

1 2.500

2 3.125

3 3.906

4 4.883

Os valores seguem uma PG de razão 1,25, mostrando crescimento exponencial de domínio discreto, pois o número de semanas é contado em números inteiros.

Enfim, a função exponencial de domínio discreto permite compreender situações em que o crescimento ou o decaimento ocorre em etapas regulares e proporcionais, como nas progressões geométricas. Ela é amplamente utilizada para modelar fenômenos naturais, econômicos e tecnológicos, pois descreve mudanças rápidas e proporcionais ao valor existente.

Entender a relação entre função exponencial e PG ajuda a enxergar o padrão multiplicativo por trás de muitos fenômenos reais — desde o aumento de uma população até o rendimento de um investimento.

PARA SABER MAIS:

[Portal da OBMEP - Módulos](#)

Vamos refletir um pouco?

- Quais situações do seu dia a dia você percebe que crescem ou diminuem “em porcentagem”, e não “em valor fixo”?
- Se uma economia cresce 5% ao ano, quanto tempo leva para dobrar de tamanho?
- Que tipo de gráfico (linear ou exponencial) melhor representa o crescimento da tecnologia digital nos últimos anos?

Atividade: Crescimento, Decaimento e Progressão Geométrica

Situação-Problema: O Crescimento de um Canal Digital

Uma jovem criadora de conteúdo iniciou um canal de vídeos educativos com 1.000 seguidores. Após perceber o sucesso de suas publicações, ela observou que o número de seguidores aumentava 20% por semana, de forma constante. Querendo estimar o crescimento do canal, ela decidiu modelar a situação matematicamente.

Investigação

a) Escreva a função exponencial que representa o número de seguidores, considerando o número de semanas e o total de seguidores.

b) Calcule o número de seguidores após:

1 semana

2 semanas

3 semanas

4 semanas

Complete a tabela:

c) Os valores obtidos formam uma progressão geométrica?

Se sim, qual é a razão da PG?

d) Qual é o percentual de crescimento semanal do número de seguidores?

Explique, com suas palavras, por que esse crescimento é exponencial e não linear.

e) Construa o gráfico cartesiano representando o número de seguidores em função do tempo (x = semanas).

Eixo x: número de semanas.

Eixo y: número de seguidores.

Conecte os pontos para visualizar a tendência de crescimento.

f) Estime o número de seguidores após:

a) 6 semanas

b) 10 semanas

c) Se o crescimento continuar, em quantas semanas o canal ultrapassará 5.000 seguidores? (Dica: use a função para resolver)

d) Em sua opinião, esse crescimento pode continuar indefinidamente? Justifique considerando aspectos sociais e tecnológicos.

Em suma:

A função exponencial de domínio discreto descreve situações em que o crescimento (ou decaimento) ocorre em etapas regulares, com razão constante (q).

Os valores gerados formam uma progressão geométrica.

Em contextos reais, como crescimento populacional, financeiro, biológico ou digital, o modelo exponencial ajuda a prever tendências e analisar taxas de variação proporcionais.

Vamos experimentar?

Usando o GEOGEBRA

O GeoGebra é uma ferramenta excelente e dinâmica para visualizar e entender gráficos de funções, variação de grandezas e taxas de variação. Ele permite a exploração interativa desses conceitos, o que é crucial para uma compreensão profunda (especialmente no estudo de Cálculo).

Acesse o link abaixo para acompanhar uma demonstração com o uso do geogebra:

[Estudo das Funções: Gráficos usando o Software Geogebra](#)

Conceitos Fundamentais 5

Taxa e Índice: compreensão e aplicação

Em diversas situações do cotidiano, utilizamos expressões como “taxa de juros”, “índice de desemprego”, “taxa de crescimento populacional” ou “índice de inflação”. Esses termos aparecem frequentemente em noticiários, relatórios econômicos e científicos, e envolvem comparações entre grandezas.

Compreender o significado e a forma de calcular taxas e índices é essencial para interpretar dados, tomar decisões conscientes e compreender fenômenos econômicos e sociais. Na Matemática, esses conceitos estão profundamente relacionados às razões e proporções, e são aplicados em diferentes áreas do conhecimento.

Mas, o que é uma Taxa?

Uma taxa é uma razão que expressa a variação de uma grandeza em relação a outra, podendo indicar crescimento, velocidade, rendimento, juros, natalidade, mortalidade, entre outros.

Em termos simples, taxa = razão entre duas grandezas de natureza diferente.

Exemplo: Se uma população aumenta de 10.000 para 12.000 habitantes em um ano, o aumento foi de 2.000 habitantes. A taxa de crescimento populacional anual é:

$$2.000 \div 10.000 = 0,2 = 20\%$$

Isso significa que a população cresceu 20% em um ano.

Tipos de Taxas e Aplicações

a) Taxa de Variação

Indica quanto uma grandeza cresce ou decresce em relação ao tempo ou a outra grandeza.

Exemplo (Economia): Se o preço de um produto sobe de R\$ 50 para R\$ 55, a taxa de aumento é: $(55 - 50) \div (50) = 0,1 = 10\%$

O produto teve 10% de aumento.

Exemplo (Ciência): Se a temperatura de uma substância cai de 80 °C para 40 °C em 10 minutos, a taxa média de variação da temperatura é:

$$(40 - 80) \div 10 = -4^\circ\text{C}/\text{minuto}$$

O valor negativo indica resfriamento.

b) Taxa de Juros

Usada no contexto financeiro, representa a proporção de acréscimo ou desconto em relação ao valor inicial de um capital, geralmente expressa em porcentagem ao mês ou ao ano.

Exemplo: Um investimento de R\$ 2.000,00 rende 5% ao mês. Após um mês, o rendimento é:
 $2000 \times 0,05 = 100$

Essa taxa permite comparar diferentes aplicações ou avaliar o custo de um financiamento.

c) Taxa de Crescimento Populacional

Representa o ritmo de aumento da população em determinado período.

Exemplo: Se uma cidade tinha 50.000 habitantes e passou a ter 52.500 após um ano:

$$\text{Taxa} = (52.500 - 50.000) \div 50.000 = 0,05 = 5\%$$

A população cresceu 5% em um ano.

d) Taxa de Natalidade e Mortalidade

Usadas em demografia e saúde pública, essas taxas comparam o número de nascimentos ou óbitos com o total da população.

$$\text{Taxa de natalidade} = (\text{nascimentos}) \div (\text{população total}) \times 1000$$

Exemplo: Se uma cidade com 200.000 habitantes registrou 3.000 nascimentos em um ano:

$$3.000 \div 200.000 \times 1000 = 15$$

O que é um Índice?

Um índice é um número que expressa uma comparação entre valores de um mesmo tipo, mostrando quanto uma grandeza variou em relação a uma base de referência.

Enquanto a taxa é uma razão entre grandezas diferentes, o índice compara valores da mesma natureza (por exemplo, preços em diferentes anos, salários, produção etc.).

$$\text{Índice} = \{\text{Valor atual}\} \div \{\text{Valor de referência}\} \times 100$$

O valor de 100 é tomado como base.

Índice maior que 100 → aumento em relação à base.

Índice menor que 100 → redução em relação à base.

Exemplos de Índices no Cotidiano

a) Índice de Preços (Inflação)

Os índices de preços (como IPCA, INPC) mede a variação do custo de vida ao longo do tempo.

Exemplo: Em janeiro, o preço de um produto era R\$10,00. Em dezembro, passou a R\$11,00.

$$\text{Índice} = \{11\} \div \{10\} \times 100 = 110$$

Isso significa que houve aumento de 10% nos preços, ou seja, inflação de 10%.

b) Índice de Desenvolvimento Humano (IDH)

O IDH varia de 0 a 1 e combina indicadores de renda, educação e saúde. Quanto mais próximo de 1, maior o desenvolvimento humano de uma região.

Exemplo: Brasil (2022): IDH = 0,760 → nível alto de desenvolvimento humano.

c) Índice de Desemprego

Mostra o percentual da população economicamente ativa que está sem emprego.

Índice de desemprego = $\frac{\text{nº de desempregados}}{\text{população ativa}} \times 100$

Exemplo: Se 1.200.000 pessoas estão desempregadas em um total de 15.000.000 economicamente ativas:

$$\frac{1.200.000}{15.000.000} \times 100 = 8\%$$

O índice de desemprego é 8%.

Relação entre Taxa e Índice

Ambos permitem avaliar e comparar variações, sendo instrumentos fundamentais na interpretação de dados e na tomada de decisões em economia, saúde, ciência e tecnologia.

Aplicação e Interpretação Crítica

Saber calcular e interpretar taxas e índices ajuda a compreender notícias, relatórios e gráficos. Por exemplo:

Uma taxa de inflação de 6% significa que, em média, os preços subiram 6% em relação ao ano anterior.

Um índice de desenvolvimento humano de 0,8 mostra alto nível de qualidade de vida, mas ainda distante da perfeição (1,0).

Uma taxa de crescimento populacional negativa indica que a população está diminuindo.

Essas informações são essenciais para planejamento social, financeiro e ambiental.

Conclusão

Compreender taxas e índices é fundamental para interpretar a realidade de maneira quantitativa e crítica. Esses conceitos permitem:

Comparar grandezas em diferentes contextos;

Entender fenômenos econômicos, demográficos e científicos;

Tomar decisões embasadas em dados reais.

A Matemática das taxas e índices está presente em notícias, investimentos, estudos ambientais e políticas públicas — por isso, aprendê-la é compreender melhor o mundo em que vivemos.

PARA SABER MAIS:

[Índices, taxas e coeficientes](#)

Vamos refletir um pouco?

- O que significa quando o governo anuncia que “a taxa de desemprego caiu 2%”?
- De que forma o índice de inflação afeta o poder de compra das famílias?
- Por que entender a diferença entre “taxa” e “índice” ajuda a interpretar melhor as informações econômicas divulgadas na mídia?

ROTEIRO DE ATIVIDADES

QUESTÃO 01 (ENEM - Adaptada) - Um professor de matemática lançou uma bola para cima. A altura h , em metros, atingida pela bola em relação ao ponto de lançamento, após t segundos, é dada pela expressão: $h(t) = -t^2 + 8t$. O tempo e a altura máxima atingida pela bola são, respectivamente:

- A) 4 s e 16 m
- B) 8 s e 16 m
- C) 4 s e 8 m
- D) 8 s e 8 m
- E) 4 s e 32 m

QUESTÃO 02 (UFRGS - Adaptada) - O lucro L , em milhares de reais, de uma empresa é dado pela função $L(x) = -2x^2 + 40x - 50$, onde x é a quantidade, em milhares, de unidades produzidas e vendidas. Para que se obtenha lucro máximo, devem ser produzidas e vendidas:

- A) 5.000 unidades.
- B) 10.000 unidades.
- C) 15.000 unidades.
- D) 20.000 unidades.

E) 25.000 unidades.

QUESTÃO 03 - A parábola que representa graficamente a função $f(x) = -3x^2 + 6x - 4$ possui:

- A) Um ponto de mínimo em $V(1, -1)$.
- B) Um ponto de máximo em $V(1, -1)$.
- C) Um ponto de mínimo em $V(1, -7)$.
- D) Um ponto de máximo em $V(1, -7)$.
- E) Um ponto de mínimo em $V(-1, -13)$.

QUESTÃO 04 - Analise as afirmações sobre a função $g(x) = 4x^2 - 12x + 9$:

- I. Sua concavidade é voltada para cima.
- II. Seu ponto vértice é um ponto de mínimo.
- III. As coordenadas do seu vértice são $V(1,5; 0)$.

Está(ão) correta(s):

- A) Apenas I.
- B) Apenas I e II.
- C) Apenas I e III.
- D) Apenas II e III.
- E) I, II e III.

QUESTÃO 5 - Uma população de bactérias dobra a cada hora. Se iniciarmos com 50 bactérias, qual função exponencial de domínio discreto representa o número de bactérias N após t horas?

- a) $N(t) = 50 + 2t$
- b) $N(t) = 50 \cdot t^2$
- c) $N(t) = 50 \cdot 2^t$
- d) $N(t) = 2 \cdot 50^t$

QUESTÃO 6 - Uma empresa decide que seus carros perdem 15% do valor a cada ano. Se um carro novo custa R\$ 60.000,00, qual será seu valor após 2 anos?

- a) R\$ 51.000,00
- b) R\$ 45.900,00
- c) R\$ 43.350,00
- d) R\$ 39.000,00

QUESTÃO 7 - A lenda do xadrez menciona que na primeira casa havia 1 grão de arroz e, a cada casa seguinte, o número de grãos dobrava. Quantos grãos de arroz haveria na 5ª casa?

- a) 8
- b) 16
- c) 32
- d) 64

QUESTÃO 8 Qual a principal diferença conceitual entre uma Taxa (como a taxa de juros) e um Índice (como o IPCA)?

- A) A Taxa é sempre expressa em porcentagem, enquanto o Índice é sempre um número absoluto.
- B) A Taxa é uma razão entre grandezas de natureza diferente, focada na variação ou relação imediata, enquanto o Índice é um número que mede a variação de um fenômeno em relação a um período-base.
- C) O Índice mede a velocidade de um fenômeno, e a Taxa mede o volume acumulado.
- D) A Taxa é usada em Economia, e o Índice é usado apenas em Física e Química.

QUESTÃO 9 - Um investidor aplicou R\$ 5.000,00 e, após um ano, retirou R\$ 5.400,00 (juros simples). Qual foi a taxa de rendimento anual dessa aplicação?

- A) 0,08% ao ano
- B) 4% ao ano
- C) 8% ao ano
- D) 40% ao ano

QUESTÃO 10 - Um veículo viaja de São Paulo ao Rio de Janeiro, percorrendo uma distância de 450 km em 6 horas. A taxa que representa a velocidade média (em km/h) é de:

- A) 65 km/h
- B) 70 km/h
- C) 75 km/h
- D) 80 km/h

QUESTÃO 11 - O Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) é o índice oficial da inflação no Brasil. Se em janeiro o IPCA atingiu 100 pontos (período-base) e em dezembro o índice está em 108,5 pontos, o que o Índice de 108,5 significa?

- A) Que os preços caíram 8,5% no período.
- B) Que a Taxa de Inflação do período foi de 108,5%.
- C) Que, em média, foi necessário 8,5% a mais de dinheiro para comprar a mesma cesta de produtos. (CORRETA)
- D) Que a economia cresceu 8,5%.

QUESTÃO 12 - A Taxa de Natalidade de um país é calculada pela razão entre o número de nascimentos e o total da população. Se em 2023 houve 120.000 nascimentos em uma população de 10 milhões de habitantes, qual é a Taxa de Natalidade por mil habitantes?

- A) 0,012 por mil
- B) 1,2 por mil
- C) 12 por mil
- D) 120 por mil

REFERÊNCIAS

- BRASIL. Base Nacional Comum Curricular – BNCC. MEC, 2018.
- DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto & Aplicações** – Vol. 2 (Ensino Médio). São Paulo: Ática, 2014.
- DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto & Aplicações** – Vol. 3 (EM). São Paulo: Ática., 2014.
- GIOVANNI, José Ruy; BONJORNIO, José Ruy. **Matemática Hoje é Feita Assim** – Vol. 2 (EM). São Paulo: FTD, 2015.
- IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David. **Fundamentos de Matemática Elementar** – Vol. 5: Funções. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.
- LIMA, Elon Lages. **A Matemática do Ensino Médio** – Vol. 1. Rio de Janeiro: SBM, 2013.
- LIMA, Elon Lages. **A Matemática do Ensino Médio** – Vol. 2. Rio de Janeiro: SBM, 2014.
- LOPES, César Nunes; MENDES, Iran Abreu. **Matemática Financeira**. São Paulo: Pearson, 2015.
- MEYER, J. MORGADO, Antonio Carlos. **Curso de Matemática** – Volume 3. São Paulo: Ática, 2014.
- MORGADO, Antônio Carlos et al. **Matemática: Uma Nova Abordagem** – Ensino Médio. São Paulo: Moderna, 2017.
- PAIVA, Manoel. **Matemática – Coleção Completa (Ensino Médio)**. São Paulo: Moderna, 2016.
- Z
- SAMUELSON, Paul. NORDHAUS, Williaa. **Economia**. São Paulo: McGraw-Hill, 2010.
- SBM – Sociedade Brasileira de Matemática. Coleção PROFMAT (vários volumes).
- SMOLE, Kátia; DINIZ, Maria Célia; CARRAHER, David. **Matemática no Ensino Fundamental e Médio: Análise e Propostas**. Porto Alegre: Artmed, 2007.
- STEWART, James. **Pré-Cálculo**. São Paulo: Cengage Learning, 2026.