

ITINERÁRIO FORMATIVO

2025

ENSINO MÉDIO REGULAR NOTURNO

2º Ano | 3º Trimestre

Matemática e suas Tecnologias

Secretaria
de Educação



GOVERNO DE
**PER
NAM
BU**CO
ESTADO DE MUDANÇA

Secretário Executivo do Ensino Médio e Profissional
Paulo Fernando de Vasconcelos Dutra

Equipe de Elaboração

Regina Celi de Melo André

Equipe de coordenação

Ana Laudemira de Lourdes de Farias Lages Alencar Reis
Gerente Geral de Políticas Educacionais do Ensino Médio (GGPEM/SEMP)

Reginaldo Araújo de Lima
Superintendente de Ensino (GGPEM/SEMP)

Rômulo Guedes e Silva
Gestor de Formação e Currículo (GGPEM/SEMP)

Andreza Shirlene Figueiredo de Souza
Chefe da Unidade de Currículo (GGPEM/SEMP)

Revisão

Ana Karine Pereira de Holanda Bastos
Andreza Shirlene Figueiredo de Souza

Para início de conversa

Olá, estudante!

Este caderno foi escrito especialmente para você, estudante do Ensino Médio Noturno, que tem uma dinâmica diferente em seu cotidiano. Aqui você encontrará um aprofundamento na área de **Matemática** de maneira diversa do Ensino Médio Diurno, que deverá ser utilizado neste terceiro trimestre, com atividades e formas de discussão dos objetos de conhecimento de maneira mais próxima, mediadas por este material. Dúvidas podem ser tiradas com seus professores, sejam eles os tutores ou não.

Assim, este material, tem o objetivo de aprofundar conhecimentos que você já estudou ou está estudando na Formação Geral Básica (FGB) do nosso currículo de **Matemática** conforme indicado no item **Objetos de Conhecimento**. Dessa forma, este caderno propõe enfatizar o estudo da linguagem matemática, indicando suas peculiaridades, seus códigos bem definidos e suas representações os quais influenciam na realidade, auxiliando na interpretação, leitura e inferência para a solução de problemas em diversos contextos. Os aprendizados e as práticas vivenciadas na Formação Geral Básica, serão aprofundados como instrumentos à ciência, à comunicação, à cultura e à tecnologia.

Vamos iniciar nossos estudos para trilhar os caminhos do conhecimento, aumentando nossa bagagem intelectual! O professor irá orientar seus estudos durante todo o trimestre, contribuindo para um excelente desempenho no seu processo de aprendizagem.

Objetos do Conhecimento que serão aprofundados:

- Áreas e volumes de sólidos geométricos
- Funções Exponenciais: variação de grandezas
- Funções Logarítmicas: variação de grandezas
- Funções Exponenciais e Logarítmicas: relações, representações e características.
- Congruência e Semelhança de Triângulos. Relações métricas e Razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Conceitos Fundamentais 1

Áreas e volumes de sólidos geométricos

O estudo de Áreas e Volumes de Sólidos Geométricos no Ensino Médio não se resume à memorização de fórmulas, mas sim à geometria métrica aplicada a situações reais. O objetivo é que você estudante use medições e cálculos para solucionar problemas práticos definidos por você ou por sua comunidade, atuando como um fator modificador na realidade local.

1. Conceitos Essenciais: Área Total e Volume

No contexto da geometria métrica, ao lidar com sólidos (como prismas, pirâmides, cilindros, cones e esferas), utilizamos duas medidas principais:

- **Volume:** Refere-se à medida do espaço ocupado por um sólido. O cálculo de volume é fundamental para determinar a capacidade de recipientes ou a quantidade de material dentro de uma embalagem. A forma como deduzimos essas fórmulas se baseia na compreensão intuitiva do Princípio de Cavalieri, que é a base para o cálculo de volume desses sólidos.
- **Área Total:** Refere-se à medida da superfície do objeto. É o cálculo necessário para estimar a quantidade de material que seria preciso para revestir ou pintar um sólido.

2. Vamos observar alguns exemplos práticos e contextualizados

O conhecimento de áreas e volumes é mobilizado para a tomada de decisões em diversos contextos, como é o caso da otimização de recursos e sustentabilidade (modelagem).

- **Embalagens Inteligentes:** Você pode ser desafiado a analisar a relação entre a área de uma embalagem e seu volume interno para otimizar o armazenamento de um produto. O objetivo é buscar o maior volume com a menor quantidade de material, visando a eficiência de produção.

No caso da engenharia e construção civil, o cálculo de volume é essencial na quantificação de materiais para a construção.

- **Capacidade Complexa (Decomposição de Sólidos):** Nem todo objeto tem o formato de um único sólido simples. É comum ter que calcular volumes pela composição ou decomposição em sólidos mais simples.

Exemplo: Calcular a capacidade de um copo descartável (que pode ser modelado como um tronco de cone), ou determinar o volume de materiais para construir um redutor de velocidade (quebra-molas), que pode ser modelado como um tronco de pirâmide.

- Revestimento e Pintura: O cálculo de área total é usado diretamente para determinar o gasto de material para revestimento ou pintura de objetos.

Exemplo: Quanto de tinta é preciso para pintar um silo cilíndrico de armazenamento de grãos, incluindo o topo cônico? Isso exige o cálculo da área lateral do cilindro mais a área lateral do cone (em uma situação de composição de sólidos).

- Grandezas e Medidas: O volume se relaciona com outras áreas, como nas Ciências da Natureza.

Exemplo: A densidade de um corpo é uma grandeza composta definida pela razão entre sua massa e seu volume. Resolver problemas de densidade ajuda a dar significado às unidades de medida compostas.

Ao realizar a modelagem matemática dessas situações, você, enquanto estudante passa de ser um mero utilizador de fórmulas para um construtor das expressões algébricas. É importante lembrar que o uso de softwares de geometria dinâmica ou recursos tecnológicos pode auxiliar na visualização geométrica, algébrica e gráfica, facilitando a resolução de problemas.

O estudo de áreas e volumes, portanto, atua como uma ferramenta prática (geometria métrica) que permite interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade e adequação das soluções propostas.

Fazendo uma analogia, podemos dizer que o conhecimento de Áreas e Volumes é como ter as ferramentas essenciais de um construtor: o volume diz quanta água cabe em um balde (capacidade), e a área total diz quanto material você precisa para envolver o balde (revestimento). Sem ambos, não se pode planejar ou otimizar uma construção na vida real.

Com base nesse conceito de áreas e volumes de sólidos geométricos, que foca na resolução de problemas em contextos reais, seguem algumas situações contextualizadas com aplicações práticas.

Exemplo 1 - Uma cooperativa de estudantes está projetando um protótipo de embalagem para venda de produtos locais. O protótipo é um prisma retangular de dimensões 10 cm x 10 cm (base) e 20 cm (altura). Eles precisam saber qual a área total de papelão necessária (área total) para confeccionar essa embalagem (ignorando abas e sobreposições).

Qual a área total, em, dessa embalagem?

Resolução:

Área da Base (A_b): $10 \times 10 = 100 \text{ cm}^2$

• Área das duas Bases: $2 \times 100 = 200 \text{ cm}^2$

• Área Lateral (A_l): O perímetro da base é $4 \times 10 = 40 \text{ cm}$. A área lateral é
perímetro $\times$ altura $= 40 \times 20 = 800 \text{ cm}^2$

Área Total (A_t): $A_t = \text{Área das duas Bases} + \text{Área Lateral} = 200 + 800 = 1000 \text{ cm}^2$

Exemplo 2 - Saúde Coletiva e Saneamento Básico (Volume de Cilindro)

Um projeto de saúde coletiva em uma comunidade rural planeja construir um reservatório cilíndrico para garantir o abastecimento de água tratada. O reservatório terá **5 metros de altura** e **2 metros de raio da base**.

Qual é a capacidade total aproximada desse reservatório em metros cúbicos (m^3)? (Considere $\pi \approx 3,14$).

Resolução (Cálculo do Volume):

A fórmula do volume do cilindro (um corpo redondo) é $V = \pi r^2 h$.

Dados: $r = 2 \text{ m}$, $h = 5 \text{ m}$, $\pi \approx 3,14$.

$$V = 3,14 \times (2)^2 \times 5 = 3,14 \times 4 \times 5$$

$$V = 3,14 \times 20 = 62,8 \text{ m}^3$$

Exemplo 3: Meio Ambiente e Decomposição de Sólidos (Volume de Sólido Composto)

Um fazendeiro, preocupado com a **sustentabilidade ambiental**, decide construir um depósito para armazenar grãos, composto por um **cilindro** (parte inferior) e um **cone** (topo), para evitar desperdício de recursos.

O cilindro possui **3 metros de raio** e **8 metros de altura**. O cone, que tem a mesma base do cilindro, possui **4 metros de altura**. Qual é o volume total de grãos (em que o depósito pode armazenar? (Considere $\pi \approx 3$).

Resolução (Volume de Sólido Composto): O volume total é a soma do volume do cilindro e do volume do cone.

1. **Volume do Cilindro (V_{cil}):** $V_{cil} = \pi r^2 h = 3 \times (3)^2 \times 8 = 3 \times 9 \times 8 = 216 \text{ m}^3$.
2. **Volume do Cone (V_{cone}):** $V_{cone} = 1/3 \pi r^2 h = 1/3 \times 3 \times (3)^2 \times 4 = 1/3 \times 3 \times 9 \times 4 = 36 \text{ m}^3$.
3. **Volume Total (V_T):** $V_T = 216 \text{ m}^3 + 36 \text{ m}^3 = 252 \text{ m}^3$.

Conceitos Fundamentais 2

Funções Exponenciais: variação de grandezas

O conceito de **Funções Exponenciais** é fundamental no Ensino Médio, pois permite **interpretar criticamente a variação de grandezas** em diversos contextos, sejam eles sociais, econômicos ou científicos. Diferentemente das funções lineares (que crescem de forma constante), a função exponencial modela situações de **crescimento ou decrescimento recursivo**, ou seja, quando um valor inicial é **multiplicado repetidas vezes por uma taxa constante**.

Conceito Central: Variação Exponencial

Uma função exponencial é definida pela lei de formação $f(x) = a^x$, onde a variável independente (x) se encontra no **expoente 4**. A base (a) deve ser um número real positivo e diferente de 1 (a > 0 e $a \neq 1$).

Essa estrutura algébrica faz com que a função apresente **variações aguçadas em curtos períodos**, pois a taxa de variação depende do valor da função em cada instante.

A interpretação da variação dessas grandezas é feita principalmente pela análise de gráficos:

1. **Crescimento Exponencial:** Ocorre quando a base $a > 1$. O gráfico se curva rapidamente para cima, modelando aumentos velozes.

2. **Decaimento Exponencial:** Ocorre quando a base $0 < a < 1$. O gráfico se curva rapidamente para baixo, modelando reduções velozes.

Exemplos Práticos e Interdisciplinares

A resolução de problemas envolvendo funções exponenciais é um foco central do Ensino Médio, abordando contextos essenciais para a vida do cidadão.

1. Matemática Financeira (Juros Compostos)

A função exponencial é indispensável para o estudo de problemas de **Economia e Finanças** e é o modelo matemático usado para o sistema de **juros compostos**.

Contexto: Ao fazer um investimento ou empréstimo sob o regime de juros compostos, o montante acumulado (M) cresce de forma exponencial ao longo do tempo (n).

Exemplo Prático: A fórmula $M = C (1 + i)^n$ mostra que o tempo (n) está no expoente. O valor final aumenta recursivamente, pois a taxa de juros incide sobre o montante acumulado no período anterior. Gráficos podem ser elaborados para comparar esse **crescimento exponencial** com o **crescimento linear** dos juros simples.

2. Ciências da Natureza (Biologia e Química)

Em fenômenos da **Biologia, Química e Física**, onde há um grande acúmulo ou diminuição de elementos em relação ao tempo, a função exponencial é a ferramenta de modelagem.

- **Crescimento de Populações (Biologia):** O **desenvolvimento de bactérias** em culturas ou o crescimento populacional, que aumentam recursivamente, são descritos por funções exponenciais.
 - *Exemplo:* O número de bactérias B de uma cultura pode ser dado por $B(t) = 2^{t/12}$, onde t é o tempo em horas, mostrando um crescimento rápido em função do tempo.
 - *Associação:* As **Progressões Geométricas (P.G.)** são associadas a funções exponenciais, sendo consideradas funções exponenciais de domínios discretos.
- **Decaimento Radioativo (Química):** A função exponencial decrescente modela o processo de **decaimento radioativo**, essencial no cálculo da **meia-vida** de substâncias, como o **Carbono-14**, usado na datação de fósseis.

3. Psicologia e Educação (Curvas de Aprendizagem)

O gráfico de uma função exponencial (crescente ou decrescente) é utilizado por educadores e psicólogos para analisar situações que se enquadram em uma **curva de crescimento ou decrescimento**.

Contexto: O uso da função exponencial pode ser encontrado em pesquisas sobre a **fixação de memórias** e o **esquecimento**, ou a **eficiência de trabalho** de uma pessoa em função de sua experiência.

Exemplo Prático: A **curva de aprendizagem** é o gráfico de uma função que relaciona a eficiência (peças montadas por hora, por exemplo) com a experiência (t meses).

O estudo da função exponencial capacita o estudante a **interpretar criticamente** gráficos e informações veiculadas pela mídia ou em textos científicos, aprimorando seu senso crítico sobre a situação explorada.

Conceitos Fundamentais 3

Funções Logarítmicas: variação de grandezas

O estudo das **Funções Logarítmicas** no Ensino Médio é essencial para que o estudante possa **compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas** em contextos sociais, econômicos e técnico-científicos. Essa habilidade permite **resolver e elaborar problemas** em situações onde a variação dos dados é acentuada.

O Conceito Central: Encontrando o Expoente

A **função logarítmica** $f(x) = \log_a x$ é, por definição, a **função inversa** da função exponencial de mesma base. Sua essência reside na sua definição: o **logaritmo** é o **expoente** ao qual se deve elevar a base a para obter o número x .

Enquanto a função exponencial modela um crescimento ou decrescimento **muito rápido**, a função logarítmica cresce **muito lentamente** para grandes valores.

A importância das funções logarítmicas reside no fato de que elas permitem que o estudante determine o **expoente** de uma potenciação, o que em termos práticos significa encontrar o tempo, o prazo, a taxa ou a magnitude de um fenômeno que cresce ou decresce exponencialmente.

Aplicações Práticas e Variação de Grandezas

A principal aplicação da função logarítmica é a utilização das **escalas logarítmicas**, que são mais adequadas que as escalas lineares para representar fenômenos que abrangem uma **ampla faixa de magnitude**. As escalas logarítmicas comprimem valores, facilitando a visualização e a comparação de dados em larga escala.

1. Geofísica e Abalos Sísmicos (Escala Richter)

- **Variação de Grandezas:** A **Escala Richter** utiliza logaritmos (geralmente na base 10) para medir a **magnitude dos terremotos**. A função logarítmica, neste caso, permite expressar a energia liberada em terremotos de diferentes magnitudes. Um pequeno aumento na magnitude (o logaritmo) corresponde a um aumento exponencial na amplitude ou energia real do sismo.

2. Química e Saúde (Escala pH)

Outro contexto explicitamente citado para a aplicação de logaritmos é o cálculo do **pH de substâncias**.

- **Variação de Grandezas:** O pH é medido em escala logarítmica porque a faixa de **concentração de íons de hidrônio é absurdamente grande** (abrangendo várias ordens de magnitude). A utilização da escala logarítmica torna os números mais fáceis de escrever, representar e comparar.

3. Matemática Financeira e Economia

A função logarítmica tem aplicação no campo da economia e finanças.

- **Determinação do Prazo:** É utilizada, por exemplo, para a **determinação do prazo** necessário para que o capital dobre ou para que se atinja um determinado montante em um crescimento de **juros compostos**.
- **Análise de Mercado:** Em gráficos de ativos financeiros, a representação em **escala logarítmica** é frequentemente usada para analisar a evolução de preços. Essa escala é mais vantajosa que a linear, pois distribui a amplitude dos valores de modo mais equilibrado, facilitando a comparação de variações percentuais em longos prazos.

4. Outras Ciências Naturais

O conceito de logaritmo está associado a diversas áreas.

- **Radioatividade:** Utilizado no estudo do **decaimento da atividade nuclear** de uma substância radioativa ao longo do tempo.
- **Biologia:** Utilizado para calcular o **tempo necessário** para uma colônia de microrganismos dobrar de tamanho.

5. Representação Gráfica e Tecnologia

Para facilitar a aprendizagem, é recomendado o uso de **recursos tecnológicos**.

- Softwares e aplicativos de álgebra e geometria dinâmica auxiliam na **visualização da variação das grandezas**.
- O estudante pode usar planilhas eletrônicas (como o Microsoft Excel) para plotar gráficos em escalas logarítmicas e lineares, experimentando as diferenças de representação de dados que variam muito.
- A **análise de gráficos** é crucial para a compreensão das funções logarítmicas, permitindo identificar características fundamentais como domínio, imagem e crescimento.

A essência do aprendizado da função logarítmica é a sua aplicabilidade na **modelagem matemática**, permitindo que o estudante explore situações-problema e exerça sua **curiosidade científica** para a resolução e formulação de questões complexas.

Conceitos Fundamentais 4

Funções Exponenciais e Logarítmicas: relações, representações e características.

O estudo das Funções (Exponenciais e Logarítmicas) e da Geometria Métrica (Triângulos e Trigonometria) no **Ensino Médio** capacita o estudante a **interpretar criticamente a variação de grandezas** e a **resolver problemas em diversos contextos**, analisando a plausibilidade e a adequação das soluções propostas. A utilização prática desses conceitos é fundamental para a formação cidadã, abrangendo áreas como economia, saúde, sustentabilidade e tecnologia.

1. Funções Exponenciais e Logarítmicas: Aplicações da Variação de Grandezas

As funções exponenciais e logarítmicas são ferramentas poderosas usadas para descrever a **variação de duas grandezas**, especialmente quando o crescimento ou decréscimo da variável é **muito rápido** (variação acentuada).

Relações e Representações

A **Função Logarítmica** é a **função inversa** da **Função Exponencial** de mesma base. O logaritmo, por definição, é o **expoente** ao qual se deve elevar a base para obter um dado número.

- **Simetria:** Os gráficos dessas funções inversas são **simétricos** em relação à reta $y = x$, conhecida como bissetriz dos quadrantes ímpares.
- **Comportamento:** Enquanto a função exponencial cresce **muito rapidamente** (para bases $a > 1$), a logarítmica cresce **muito lentamente** para grandes valores de x .

- **Análise:** É crucial **analisar e estabelecer relações** entre as representações (tabelas e plano cartesiano) para identificar suas **características fundamentais** (domínio, imagem e crescimento).

Aplicações Práticas Contextualizadas

As funções exponenciais e logarítmicas modelam fenômenos em contextos essenciais para a vida do cidadão. Veja alguns exemplos no quadro a seguir:

Contexto de Aplicação	Conceito Matemático Envolvido	Exemplos
Matemática Financeira	Crescimento Exponencial e Logaritmo (Inverso)	A exponencial modela o crescimento de juros compostos (capitalização composta), que é um crescimento recursivo. O logaritmo é usado para determinar o prazo ou o tempo necessário para se atingir um determinado montante.
Ciências da Natureza (Física)	Escala Logarítmica e Variação Acentuada	As funções logarítmicas são usadas na escala de magnitude de abalos sísmicos (Escala Richter) e nas escalas de intensidade sonora (decibéis).
Ciências da Natureza (Química)	Logaritmos	O cálculo do pH de substâncias é um contexto de logaritmo. O decaimento radioativo (meia-vida) é modelado pela função exponencial .
Ciências da Natureza (Biologia)	Crescimento Exponencial	Modelagem do crescimento populacional e do desenvolvimento de microrganismos . O logaritmo é usado para calcular o tempo necessário para a colônia dobrar de tamanho.
Psicologia/Educação	Curva Exponencial	A exponencial propaga as curvas de aprendizagem , que permitem analisar o estudo de situações que se enquadram em uma curva de crescimento ou decrescimento, como a fixação de memórias .

Conceitos Fundamentais 5

Congruência e Semelhança de Triângulos, Relações métricas e Razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Medição e Resolução de Problemas Inacessíveis

O estudo da Geometria Métrica e da Trigonometria visa equipar o estudante com recursos para **realizar medições em contextos em que não é possível acessá-las diretamente.**

Congruência e Semelhança de Triângulos

O uso de noções de **congruência e semelhança** de triângulos é fundamental para resolver problemas em variados contextos.

- **Congruência:** Dois triângulos são **congruentes** quando os ângulos internos e os lados possuem as **mesmas medidas**. Para verificar a congruência, basta comparar três elementos específicos, como os casos **LAL** (Lado, Ângulo, Lado) ou **ALA** (Ângulo, Lado, Ângulo). A congruência pode ser estabelecida por **transformações isométricas** (translação, reflexão, rotação).
- **Semelhança:** Triângulos são **semelhantes** ($\sim$) quando possuem ângulos congruentes e **lados correspondentes proporcionais**.
- **Aplicações Práticas:** A semelhança é a base para **determinar medidas desconhecidas** e é aplicada no **cálculo da altura de um monumento, torre ou qualquer edificação inacessível**. As **transformações homotéticas** (ampliação e redução) são usadas para construir figuras semelhantes.

Relações Métricas e Razões Trigonométricas

O estudo da Trigonometria deve dar **prioridade às relações métricas no triângulo retângulo** e às leis do seno e do cosseno como ferramentas essenciais.

- **Relações Métricas:** Relacionam as medidas dos elementos de um triângulo retângulo (hipotenusa, catetos e projeções). Essas relações, incluindo o **Teorema de Pitágoras**, são derivadas da **semelhança de triângulos**. O uso da álgebra vetorial é sugerido como um método mais elegante para a resolução e justificação das relações métricas

- **Razões Trigonômétricas:** As razões **seno**, **coseno** e **tangente** são definidas pela divisão entre as medidas dos lados do triângulo retângulo. Essa definição adquire sentido pelas **propriedades de semelhança** de triângulos.
- **Aplicações Práticas:**
 - **Medições Inacessíveis:** O estudo da razão **tangente** é especialmente **recomendável** pela sua importância na **resolução de diversos tipos de problemas**, como calcular a **largura de um rio** ou o **comprimento de uma sombra**.
 - **Física e Engenharia:** Utilizar as razões trigonométricas na obtenção da **força resultante** em um corpo (em Física) e analisar a inclinação de rampas.
 - **Localização:** Historicamente, os conceitos trigonométricos auxiliaram na **localização envolvendo distâncias desconhecidas e inacessíveis** (época das Grandes Navegações), até a tecnologia atual de geolocalização.

O uso de **tecnologias digitais** e **softwares de geometria dinâmica** é altamente recomendado para auxiliar na visualização geométrica, na criação de modelos, no cálculo eficiente e na análise das transformações e variações de grandezas.

ROTEIRO DE ATIVIDADES

QUESTÃO 1 - Uma microempresa de jardinagem está desenvolvendo um protótipo de estufa em miniatura (terrário) com formato de pirâmide de base quadrada, utilizando chapas de vidro temperado. A otimização de recursos exige que se calcule a área total de vidro necessária para minimizar os custos.

Se a base do terrário tem **40 cm de lado** e a **altura lateral (apótema da face) de cada face triangular é de 30 cm**, qual é a área total de vidro (base + faces laterais) necessária em?

- a) 2400
- b) 2800
- c) 1600
- d) 4000
- e) 3200

QUESTÃO 2 - Em um projeto de revitalização de vias urbanas (contexto de **Projetos Arquitetônicos e Mediação Sociocultural**), uma equipe de Engenharia precisa calcular a área

a ser pintada (área lateral) de **10 pilares cilíndricos** que sustentam uma passarela. Cada pilar tem **4 metros de altura** e um **raio de 0,5 metro**.

Qual a área total a ser pintada nos 10 pilares? (Considere $\pi \approx 3,1$).

- a) 62,0
- b) 6,2
- c) 12,4
- d) 124,0
- e) 31,0

QUESTÃO 3 - Em um estudo sobre **Consumo "na medida"**, um grupo de estudantes compara duas caixas de leite (prismas retangulares) para avaliar qual tem o melhor custo-benefício.

- **Caixa A:** Base de 5 cm x 10 cm e altura de 20 cm.
- **Caixa B:** Base de 10 cm x 10 cm e altura de 10 cm.

Qual caixa possui o maior volume de produto (capacidade)?

- a) A Caixa A, com 2000 .
- b) A Caixa B, com 1000
- c) A Caixa A, com 1000
- d) A Caixa B, com 2000
- e) Ambas possuem o mesmo volume.

QUESTÃO 4 - Uma rampa plana, de **36 m de comprimento**, utilizada para acesso a um edifício, faz um ângulo de com o plano horizontal. Uma pessoa que percorre a rampa inteira eleva-se verticalmente a uma altura h em metros.

Qual é a altura h vertical alcançada pela pessoa? (Considere $\sin = 0,5$).

- a) 12 m
- b) 13,6 m
- c) 18 m
- d) 20 m
- e) 36 m

QUESTÃO 5 - A Escala Richter utiliza o logaritmo (base 10) para medir a magnitude dos terremotos, uma vez que o fenômeno abrange uma ampla faixa de magnitude. A magnitude R de um terremoto é dada por $R = \log(A/A_0)$, onde A é a amplitude do movimento vertical do solo e A_0 é uma amplitude de referência.

Em março de 2011, um terremoto no Japão atingiu 9,0 graus de magnitude, enquanto em janeiro do mesmo ano, um terremoto na Argentina atingiu 7,0 graus.

Qual é a razão entre a amplitude do movimento vertical do solo do terremoto do Japão (A_J) e a amplitude do terremoto da Argentina (A_A)?

- a) 1,28
- b) 2,0
- c) $10^{9/7}$
- d) 100
- e) $10^9 - 10^7$

QUESTÃO 6 - Em contextos de fenômenos naturais e biológicos, as funções exponenciais modelam o crescimento, e as funções logarítmicas são necessárias para determinar o expoente (o tempo ou prazo). A altura h de uma planta ornamental, em centímetros, em função do tempo t , em dias, é dada pela fórmula $h = 5 \cdot \log_2(t + 1)$, a partir do momento em que a planta brota. O jardineiro coloca a planta à venda quando atinge 30 cm de altura, e sua altura máxima é de 40 cm.

Em quanto tempo, em dia, a planta alcançará sua altura máxima após ser colocada à venda?

- a) 63
- b) 96
- c) 128
- d) 192
- e) 255

QUESTÃO 7- O cálculo do pH de substâncias é um contexto de logaritmo muito explorado. A escala de pH é usada para medir a concentração de íons de hidrônio em soluções químicas, dada pela relação $\text{pH} = -\log_{10}[H^+]$.

A escala de pH é logarítmica (base 10) porque:

- a) Facilita a modelagem do movimento uniformemente variado, onde a variação é linear.
- b) A função exponencial é sua inversa, e ambas são simétricas à reta $y = x.c$
- c) O logaritmo é o expoente, e ele determina a taxa de juros efetiva em finanças.
- d) A concentração de íons de hidrônio varia em uma ampla faixa de magnitude (várias ordens de grandeza), e a escala logarítmica comprime esses valores para facilitar a representação e a comparação.
- e) O domínio da função logarítmica deve ser restrito a números positivos, o que se adequa à concentração de íons.

QUESTÃO 8 - Considere um automóvel que tem seu valor depreciado em função do tempo de uso (t , em anos) segundo a função $f(t) = b \cdot a^t$

Para determinar o **tempo mínimo** necessário para que o valor do automóvel caia para menos de 5% do valor inicial, qual procedimento matemático é essencial?

- a) Utilizar o Teorema de Pitágoras para estabelecer as relações métricas entre a depreciação e o tempo.
- b) Resolver uma equação ou inequação exponencial que modela o decaimento, utilizando a função logarítmica para encontrar o valor de t (o expoente).
- c) Modelar a situação com uma função polinomial do 1º grau, pois a depreciação é constante ao longo do tempo.
- d) Construir o gráfico da função logarítmica e verificar sua simetria em relação à reta $y = x$ para encontrar o domínio.
- e) Determinar o ponto de máximo ou mínimo da função quadrática que representa o valor do automóvel.

QUESTÃO 09 - Qual é a principal característica que diferencia o crescimento de um capital sob o regime de **juros simples** daquele sob o regime de **juros compostos**?

- a) Os juros simples resultam em um crescimento exponencial, pois o capital inicial aumenta constantemente.
- b) Os juros compostos são modelados por uma função polinomial de 1º grau (linear), pois a taxa de crescimento é constante.
- c) O sistema de juros simples é modelado por uma **função afim (linear)**, onde os acréscimos são somados ao valor inicial, enquanto os juros compostos têm um crescimento **exponencial**, onde o valor constante é **multiplicado** repetidas vezes sobre o montante acumulado.
- d) Ambos os sistemas são modelados por funções exponenciais, sendo o composto apenas uma variante mais lenta do crescimento.
- e) O crescimento exponencial ocorre apenas no juro simples, pois a taxa incide sobre o capital fixo.

QUESTÃO 10 - A Escala Richter (R) de um terremoto é dada pela fórmula $R = \log(A/)$, onde A é a amplitude da onda sísmica medida e e é a amplitude de referência. Se o Terremoto X tem magnitude $R_X = 5,0$ e o Terremoto Y tem magnitude $R_Y = 8,0$, quantas vezes a amplitude do Terremoto Y (A_Y) é maior que a amplitude do Terremoto X (A_X)?

- a) 3 vezes maior
- b) 30 vezes maior
- c) 100 vezes maior
- d) 1.000 vezes maior
- e) 10.000 vezes maior

QUESTÃO 11 - Em um experimento, uma colônia de bactérias possui uma população inicial de indivíduos. Se o número de bactérias X é **duplicado** a cada **quarto de hora**, qual será o número total de bactérias X ao final de **uma hora** de observação?

a) $2^2 \cdot 10^5$

b) $2^3 \cdot 10^5$

c) $2^4 \cdot 10^5$

d) $10 \cdot 10^5$

e) $16 \cdot 10^4$

QUESTÃO 12 - Para medir a altura H de um prédio, um estudante de Engenharia Civil utiliza o princípio da semelhança. Ele mede a sombra do prédio no chão e encontra 100 m. No mesmo instante, ele mede a sombra de uma régua vertical de 1 m de altura, que é de 0,5 m.

Qual é a altura H do prédio, em metros?

a) 50 m

b) 100 m

c) 150 m

d) 200 m

e) 250 m

QUESTÃO 13 - Uma rampa plana, de **36 m de comprimento**, utilizada para acesso a um edifício, faz um ângulo de com o plano horizontal. Uma pessoa que percorre a rampa inteira eleva-se verticalmente a uma altura h em metros.

Qual é a altura h vertical alcançada pela pessoa? (Considere $\sin x = 0,5$).

a) 12 m

b) 13,6 m

c) 18 m

d) 20 m

e) 36 m

REFERÊNCIAS:

- ANTON, Howard; BIVENS, Irl; DAVIS, Stephen. **Cálculo**. 10. ed. Porto Alegre: Bookman, 2012.
- BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 3. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2012.
- DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**. 7. ed. São Paulo: Ática, 2013.
- DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos da Matemática Elementar Vol. 8: Logaritmos e Funções Exponenciais**. 10. ed. São Paulo: Atual, 2013.
- EVES, Howard. **Fundamentos da Geometria**. São Paulo: Edgard Blücher, 2010.
- IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Geometria Plana e Espacial**. 3. ed. São Paulo: Atual, 2010.
- IEZZI, Gelson; et al. **Matemática: ciência e aplicações – Volume 1**. 8. ed. São Paulo: Saraiva, 2014.
- IEZZI, Gelson; et al. **Matemática: ciência e aplicações – Volume 2**. São Paulo: Saraiva, 2014.
- LIMA, Elon Lages. **Curso de Análise – Volume 1**. 14. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2015.
- LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo C.; WAGNER, Eduardo. **A Matemática do Ensino Médio – Volume 1**. Rio de Janeiro: SBM, 2012.
- LORENZATO, Sérgio (Org.). **Laboratório de Ensino de Matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.
- PAIVA, Manoel. **Matemática**. Volume 1. São Paulo: Moderna, 2013.
- STEWART, James. **Cálculo**. 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.
- STEWART, James. **Pré-Cálculo**. São Paulo: Cengage Learning, 2010.